



LICEO: GREGORIO CORDOVEZ
 NIVEL: 1° MEDIO
 PROFESORES: CRHISTIAN CAMPOS/ KARIN PIZARRO
 CIUDAD: LA SERENA

TRABAJO A DISTANCIA 2°SEMESTRE 2020

MATEMÁTICA

1° MEDIO

Actividades para estudiantes sin acceso a clases en línea.

Las actividades propuestas se encuentran en el material adjunto, corresponde al libro de Matemática de **8°básico editorial Santillana 2020**

Instrucciones:

El orden de las actividades debe ser, siempre primero las del texto del estudiante y luego las del cuaderno de ejercicios. Realiza las actividades en tu cuaderno de forma ordenada con letra clara y legible.

ASIGNATURA: MATEMÁTICA		EJES: NÚMEROS, ÁLGEBRA Y FUNCIONES, GEOMETRÍA, PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA		NIVEL: 1° MEDIO
Cobertura curricular	OA 1	Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros: Representándolos de manera concreta, pictórica y simbólica. Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales. Aplicando la regla de los signos de la operación. Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.		
	OA 4	Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales: Estimándolas de manera intuitiva. Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica. Aplicándolas en situaciones geométricas y en la vida diaria.		
Modalidad: Clases a distancia.	OA 10	Mostrar que comprenden la función afín: Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal. Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano. Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo. Relacionándola con el interés simple. Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.		
	OA 12	Explicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con software educativo		
	OA 15	Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles: Identificando la población que está sobre o bajo el percentil. Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con software educativo. Utilizándolas para comparar poblaciones.		
N° OBJETIVO	TIEMPO	RECURSOS/ ACTIVIDADES		INDICADORES DE EVALUACIÓN
		PÁGINAS TEXTO DEL ESTUDIANTE	PÁGINAS TEXTO: CUADERNO DE ACTIVIDADES	



Mostrar que comprenden la suma y resta de enteros	1 SEMANA (desde el 24 hasta el 28 de agosto)	Guía de trabajo		✓ Representan la adición de números enteros de manera simbólica.
OA1	2 SEMANAS (desde el 31 de agosto hasta el 11 de septiembre)	<i>UNIDAD 1. NÚMEROS</i> <i>LECCIÓN 1:</i> PÁGINAS: 10 A 20.	<i>UNIDAD 1. NÚMEROS</i> <i>LECCIÓN 1:</i> PÁGINAS 6 A 14	<ul style="list-style-type: none">✓ Representan la multiplicación por -1 de manera concreta; por ejemplo: con situaciones o procesos inversos (estar en contra de, etc.).✓ Desarrollan la regla de los signos en ejemplos concretos o en la recta numérica: $+ \bullet + = +$; $+ \bullet - = -$; $- \bullet + = -$; $- \bullet - = +$.✓ Representan la multiplicación de números enteros positivos y negativos de forma pictórica (recta numérica) o simbólica.✓ Aplican la regla de los signos de las multiplicaciones y de las divisiones en ejercicios rutinarios.✓ Multiplican números enteros positivos y/o negativos, utilizando la multiplicación de números naturales y la regla de los signos.✓ Resuelven problemas cotidianos que requieren la multiplicación o división de números enteros.



OA4	2 SEMANAS (desde el 21 de septiembre al 2 de octubre)	UNIDAD 1. NÚMEROS LECCIÓN 3: PÁGINAS: 48 a 51.	UNIDAD 1. NÚMEROS LECCIÓN 3: PÁGINAS: 30 Y 31.	<ul style="list-style-type: none">✓ Estiman en cm, hasta el primer decimal, el largo de un cuadrado cuya área en cm² NO tiene un número cuadrado, y comparan la estimación con multiplicación por sí mismo, utilizando la calculadora.✓ Ubican la posición aproximada de raíces no exactas en la recta numérica.✓ Resuelven problemas de transformación de rectángulos (u otras figuras 2D) en cuadrados del mismo contenido del área, calculando el lado del cuadrado.✓ Calculan el perímetro en situaciones de la vida diaria que involucran cuadrados; por ejemplo: áreas de deporte, escenarios, parques, etc.✓ Aplican la raíz cuadrada en la solución de problemas de la vida cotidiana o de ciencias.
OA12	2 SEMANAS (desde el 5 de octubre hasta el 23 de octubre)	UNIDAD 3. GEOMETRÍA LECCIÓN 2. PÁGINAS 136 A 141	UNIDAD 3. GEOMETRÍA LECCIÓN 2. PÁGINAS 86 A 89	<ul style="list-style-type: none">✓ Descubren el teorema de Pitágoras concreta o pictóricamente, mediante descomposición o composición de cuadrados y triángulos rectángulos.✓ Dibujan triángulos rectángulos con los cuadrados respectivos encima los catetos y la hipotenusa, y verifican la validez del teorema de Pitágoras.✓ Reconocen que con dos lados del triángulo rectángulo dados, se puede calcular el tercer lado.✓ Despejan algebraicamente la fórmula $c^2 = a^2 + b^2$ para cualquier variable.✓ Estiman o calculan correctamente con la calculadora, las raíces cuadradas que resultan al aplicar el teorema de Pitágoras.✓ Verifican con las medidas dadas de un triángulo si es rectángulo o no.
OA10	4 SEMANAS (desde el 26 de octubre hasta el 26 de noviembre)	UNIDAD 2. ÁLGEBRA LECCIÓN 2. PÁGINAS 102 A 107	UNIDAD 2. ÁLGEBRA LECCIÓN 2. PÁGINAS 68 A 71	<ul style="list-style-type: none">✓ Representan, completan y corrigen tablas y gráficos pertenecientes a cambios con una base fija y tasa de cambio constante.✓ Elaboran, basados en los gráficos, la ecuación de la función afín: $f(x) = a \cdot x + b$.✓ Modelan situaciones de la vida diaria o de ciencias con funciones afines.✓ Elaboran gráficos de funciones afines a y b dadas o con dos puntos dados y verifican que las coordenadas de puntos pertenecientes al gráfico son soluciones de la ecuación $f(x) = a \cdot x + b$.✓ Resuelven problemas de la vida diaria o de ciencias que involucran el cambio constante expresado mediante ecuaciones recursivas de la forma $f(x + 1) - f(x) = c$.



LICEO: GREGORIO CORDOVEZ
NIVEL: 1° MEDIO
PROFESORES: CRHISTIAN CAMPOS/ KARIN PIZARRO
CIUDAD: LA SERENA

OA15	4 SEMANAS (desde el 23 de noviembre hasta el 18 de diciembre)	<i>UNIDAD 4. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES</i> <i>LECCIÓN 1.</i> PÁGINAS 176 A 188	<i>UNIDAD 4. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES</i> <i>LECCIÓN 1.</i> PÁGINAS 110 A 119	<ul style="list-style-type: none">✓ Organizan y agrupan datos en tablas o esquemas para formar distribuciones de frecuencias.✓ Calculan, describen e interpretan las medidas de posición (cuartiles y percentiles).✓ Representan las medidas de posición por medio de diagramas de cajón.✓ Reconocen cuándo es adecuado utilizar alguna de las medidas para analizar una muestra.✓ Comparan muestras de poblaciones, utilizando algunas de las medidas de tendencia.
-------------	---	--	--	--



4.- Desarrolla los siguientes ejercicios combinados de sumas y/o restas de números enteros:

1) $(-4 - 7) + (-3 - 4 - 5 - 8)$

2) $-(+2 - 3 + 5) + (-2 + 6 - 4 + 7)$

3) $-(+4 - 6 - 9) + (-4 + 5 - 2)$

5) $(-3 + 5 + 2 + 1) - (-8 - 4 - 9 - 5)$

6) $+(-4 + 7 + 2) + 9 - (-3 + 4 - 3)$

7) $(-8 - 3 - 9) + 4 + (-2 + 9)$

8) $-2 - 4 + (-8 + 4 - 6 + 7)$

9) $-3 - (+4 - 6 - 7 - 5 + 6) - 7 + 5$

10) $-(-4 + 5 - 6) - (+7 - 3 + 6) - 5$

11) $7 + 15 - 18 - 3 =$

12) $-18 + 32 - 14 =$

13) $-21 + 45 - 20 =$

14) $23 - 15 - 10 =$

15) $9 + 20 + 3 - 24 =$



Texto del estudiante

Matemática

Claudia Victoria Torres Jaldos • Mónica Viviana Caroca Toro

8^o

básico



Lección 1 Números enteros

Multiplicación de números enteros

- El altímetro del avión indica que está a 5600 ft (pies) de altura. Si luego desciende 800 ft, ¿con qué número entero puedes representar dicho descenso?
- Averigua qué información entrega el indicador de actitud del panel de Instrumentos de un avión.

Indicador de actitud (horizonte artificial)

En esta lección comprenderás procedimientos asociados a la multiplicación y la división de números enteros.

Altimetro



Instrumento de medición que indica la diferencia de altitud entre el punto donde se encuentra localizado y un punto de referencia; habitualmente se utiliza para conocer la altura a la que se encuentra un punto sobre el nivel del mar.

Variómetro o Indicador de velocidad vertical (VSI)

Vuelo nivelado



Indica si el avión está ascendiendo, descendiendo o va nivelado, y la velocidad vertical respectiva. Si la manecilla indica cero, el vuelo está nivelado.

Ascenso a 700 fpm



Si la manecilla está por encima del cero, entonces está ascendiendo.

Descenso a 700 fpm



Si la manecilla está por debajo del cero, es que el avión desciende.

Responde

- ¿Con qué número entero puedes representar el descenso que se muestra en la imagen a 700 fpm (pies por minuto)?
- Si la manecilla del variómetro de un avión indica el 5 por debajo de cero, ¿qué información está entregando? ¿Con qué número entero puedes representar dicha situación?
- Si el piloto de un avión decide descender a 700 fpm, ¿cuántos pies habrá descendido luego de 15 min? Representa dicho valor con un número entero.
- Un avión que se encuentra a 9800 m de altitud desciende 220 m cada 1 min.
 - ¿Qué operación puedes aplicar para calcular los metros que desciende el avión en 8 min?
 - ¿Con qué número entero representas dicho descenso?
 - ¿Cuál es la altitud del avión luego de los 8 min?
- Crema una situación en la que se relacionen números negativos con la velocidad vertical de un avión.

• 1 ft (pie) equivale, aproximadamente, a 0,3 m.

Leción 1 Números enteros

Ejemplo 1

Resuelve las multiplicaciones $3 \cdot (-12)$ y $(-5) \cdot 6$.

- Para calcular $3 \cdot (-12)$, podemos considerar la multiplicación como una adición de sumandos iguales, por lo que $3 \cdot (-12)$ puede interpretarse como 3 veces (-12) , es decir:

$$3 \cdot (-12) = (-12) + (-12) + (-12)$$

Luego, $3 \cdot (-12) = -36$.

¿Puedes aplicar el mismo procedimiento para calcular $(-12) \cdot 3$?

- Para resolver la multiplicación $(-5) \cdot 6$, podemos utilizar la propiedad conmutativa de la multiplicación y escribirla como una adición de sumandos iguales.

$$(-5) \cdot 6 = 6 \cdot (-5) \rightarrow 6 \cdot (-5) = (-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) = -30$$

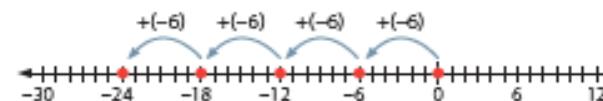
Considerando lo anterior, calcula los productos de las siguientes multiplicaciones:

$$2 \cdot (-20) \quad (-7) \cdot 4 \quad (-15) \cdot 1 \quad 5 \cdot (-8)$$

Ejemplo 2

Representa en la recta numérica la multiplicación $4 \cdot (-6)$.

- Como $4 \cdot (-6) = (-6) + (-6) + (-6) + (-6)$, ubicamos el (-6) en la recta numérica y representamos la adición.



- Luego, $4 \cdot (-6) = -24$.

Aprende

- En la recta numérica, los números enteros positivos (+) se ubican a la derecha del cero (0), y los enteros negativos (-), a la izquierda.
- Al sumar un número positivo a un número entero, el desplazamiento en la recta numérica se realiza hacia la derecha.
- Al sumar un número negativo a un número entero, el desplazamiento en la recta numérica se realiza hacia la izquierda.

Ejemplo 3

Analiza la siguiente secuencia de multiplicaciones y responde.

$$\begin{aligned} 2 \cdot (-2) &= -4 \\ 1 \cdot (-2) &= -2 \\ 0 \cdot (-2) &= 0 \\ (-1) \cdot (-2) &= ? \\ (-2) \cdot (-2) &= ? \end{aligned}$$

En la multiplicación se tiene que:

$$\begin{array}{c} (a \cdot b) = c \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{Factores} \quad \text{Producto} \end{array}$$

¿Cuáles son los números que podrían continuar los productos de cada multiplicación?

- 1 Observa que los números correspondientes al primer factor de cada multiplicación disminuyen de 1 en 1 y que los resultados forman una secuencia que aumenta de 2 en 2.
- 2 La secuencia podría continuar así:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (-2) &= -4 \\ 1 \cdot (-2) &= -2 \\ 0 \cdot (-2) &= 0 \\ (-1) \cdot (-2) &= 2 \\ (-2) \cdot (-2) &= 4 \end{aligned}$$

- Considerando lo anterior, ¿cuáles son los productos de las siguientes multiplicaciones?

$$(-3) \cdot (-2) \quad (-4) \cdot (-2) \quad (-5) \cdot (-2) \quad (-6) \cdot (-2)$$

- Escribe una secuencia de multiplicaciones en la que el segundo factor sea (-3) . ¿Podrías explicar un procedimiento para multiplicar números enteros de distinto signo? ¿Y de igual signo? Comenta con tus compañeros.

Ejemplo 4

Calcula el valor de la expresión $(-45) \cdot 0 + 20 \cdot (-11) - 9$.

- 1 Respetamos el orden de las operaciones y resolvemos las multiplicaciones de izquierda a derecha.

$$0 + (-220) - 9$$

- 2 Calculamos usando las reglas de la adición de números enteros.

$$(-220) + (-9) = -229$$

• Aprende

- Para multiplicar números enteros, puedes utilizar la regla de los signos:

$$\begin{array}{cccc} (+) \cdot (+) = (+) & (-) \cdot (-) = (+) & (+) \cdot (-) = (-) & (-) \cdot (+) = (-) \end{array}$$

- Todo número a multiplicado por cero resulta cero, es decir, $a \cdot 0 = 0$.

Leción 1 • Números enteros

• Actividades

1. En parejas, realicen una actividad utilizando fichas de color verde y rojo. Gúfense por el siguiente ejemplo:

Consideren que cada ficha de color verde representa 1, y cada ficha roja representa -1 .

$$3 \cdot 2 \rightarrow \underbrace{1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1}_{2} \rightarrow 3 \text{ grupos de } 2 \rightarrow 3 \cdot 2 = 6$$

$$2 \cdot (-5) \rightarrow \underbrace{-1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1}_{-5} \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \rightarrow 2 \text{ grupos de } (-5) \rightarrow 2 \cdot (-5) = -10$$

Representen con las fichas los productos de las siguientes multiplicaciones.

- a. $4 \cdot 4$ b. $6 \cdot (-2)$ c. $(-7) \cdot 3$ d. $(-8) \cdot 4$

2. Ordena de menor a mayor los productos de las siguientes multiplicaciones:

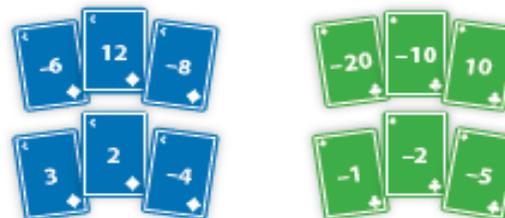
$$(-2) \cdot (-2) \quad 1 \cdot (-11) \quad (-7) \cdot (-3) \quad (-10) \cdot 1 \quad 3 \cdot 2 \quad (-1) \cdot 1$$

3. Representa en la recta numérica las siguientes multiplicaciones:

- a. $5 \cdot 4$ b. $8 \cdot (-2)$ c. $(-1) \cdot 6$ d. $3 \cdot (-3)$ e. $(-7) \cdot 4$

4. ¡Juguemos! Desarrolla la siguiente actividad en equipos de 4 personas. Deberán utilizar papeles de color azul y verde.

- Usen los papeles azules y verdes para elaborar las siguientes tarjetas:



- Cada integrante, por turno, realiza lo siguiente:
 - Saca al azar una tarjeta azul, y luego una verde.
 - Multiplica mentalmente los números obtenidos en las tarjetas.
 - Si responde correctamente, obtiene 1 punto; si no, se resta 1 punto.
- Jueguen hasta que alguno de los integrantes complete 10 puntos.
- Comenten los aspectos positivos y las dificultades que tuvieron en el trabajo en grupo.

Ejemplo 2

Representa la división $(-15) : 5$.

- Podemos utilizar fichas con valor -1 para representar el número -15 .



- Luego, formamos 5 grupos con igual cantidad de fichas.



Hay 3 fichas en cada grupo que suman -3 , por lo tanto, $(-15) : 5 = -3$.

■ Aprende

- Para dividir números enteros, puedes utilizar la regla de los signos:

$$\begin{matrix} (+) : (+) = (+) & (-) : (-) = (+) & (+) : (-) = (-) & (-) : (+) = (-) \end{matrix}$$

Si a y b tienen igual signo y $b \neq 0$, el cociente de la división $a : b$ es positivo.

Si a y b tienen distinto signo y $b \neq 0$, el cociente de la división $a : b$ es negativo.

- Al dividir el número cero por cualquier número a ($a \neq 0$) resulta cero, es decir, $0 : a = 0$.

Ejemplo 3

Resuelve la división $504 : (-14)$ usando la regla de los signos.

- Como los signos del dividendo y del divisor son distintos, el signo del cociente será negativo.
- Luego, calculamos el cociente $504 : (-14) = -36$.

Ejemplo 4

En la imagen se muestra la temperatura mínima de una montaña en cada mes. ¿Cuál es el promedio de las temperaturas mínimas?

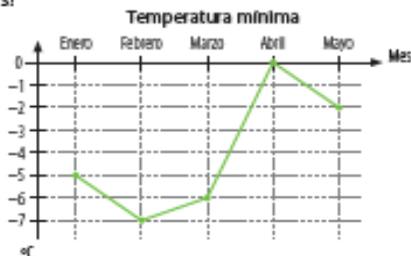
- Sumamos las temperaturas registradas.

$$(-5) + (-7) + (-6) + 0 + (-2) = -20$$

- Luego, dividimos la suma por la cantidad de temperaturas registradas.

$$(-20) : 5 = -4$$

Finalmente, el promedio de las temperaturas mínimas fue de -4 °C.



■ Actividades

- Resuelve las siguientes divisiones.

- | | | |
|-------------------|------------------|-------------------|
| a. $4 : (-2)$ | e. $(-120) : 60$ | i. $(-49) : (-7)$ |
| b. $(-12) : (-6)$ | f. $4 : (-4)$ | j. $81 : (-9)$ |
| c. $72 : (-36)$ | g. $56 : (-8)$ | k. $100 : (-100)$ |
| d. $(-45) : (-9)$ | h. $0 : (-4)$ | l. $(-144) : 12$ |

• Los elementos de una división, con $b \neq 0$, son:



- Determina el término desconocido en cada caso.

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a. $10 : \square = -2$ | d. $(-32) : \square = 1$ |
| b. $\square : (-4) = 300$ | e. $(-21) : \square = -1$ |
| c. $\square : 3 = -12$ | f. $\square : 144 = 0$ |

- Marta participa en un juego en el cual se lanzan dos dados. Los puntos se otorgan según lo siguiente:

- Si la suma es 10, se obtienen 2 puntos.
- Si la suma es menor que 10, se obtienen -4 puntos.
- Si la suma es mayor que 10, se obtienen -2 puntos.

Marta jugó siete veces y en cada tirada consiguió la misma cantidad de puntos. Si lleva -14 puntos, ¿cuántos obtuvo cada vez? ¿Qué sumas pudo haber conseguido con los dados?

- Una cuenta bancaria de una empresa tiene saldo cero y se decide hacer uso de su línea de crédito para pagar a los trabajadores. Cada trabajador recibió un cheque por \$305 000. ¿Cuántos trabajadores recibieron dicho cheque si el nuevo saldo de la cuenta es de -1220 000 pesos?
- Viviana afirma que al dividir un número entero cualquiera por -1 , dicho número se convierte en su inverso aditivo u opuesto. ¿Está en lo correcto? ¿Por qué?
- Analiza junto con un compañero los procedimientos e identifiquen en cuál de ellos se cometieron errores al resolver el ejercicio. Justifiquen su respuesta.

Jorge

$$\begin{aligned} & 4 \cdot (-3) + 8 \cdot (-2) \\ & (-12) + 8 \cdot (-2) \\ & (-4) \cdot (-2) \\ & \quad \quad \quad 2 \end{aligned}$$

Carla

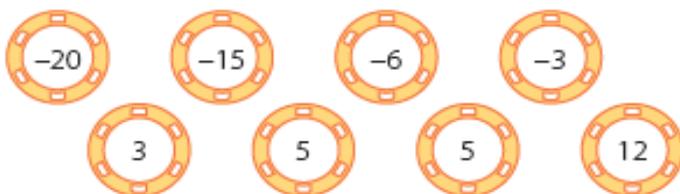
$$\begin{aligned} & 4 \cdot (-3) + 8 \cdot (-2) \\ & (-12) + (-4) \\ & \quad \quad \quad -16 \end{aligned}$$

7. Lee la siguiente información y responde.

El estado de ganancias y pérdidas es netamente económico, y suministra toda la información de una entidad; es decir, resume todos los ingresos y los gastos producidos en un determinado tiempo.

Una empresa perdió el primer año 12 000 dólares; el segundo año, el doble del primero, y el tercer año ganó el triple de las pérdidas de los dos años anteriores juntos. Además, el cuarto año tuvo ganancias de 10 000 dólares y el quinto año, pérdidas iguales a la mitad del total de todas las pérdidas de los años anteriores.

- ¿Cuál fue el saldo de la empresa al final del quinto año?
 - ¿En qué año tuvo la mayor pérdida?
8. Un motor de combustión interna mantiene una temperatura de 20°C cuando está apagado. Al encenderse, alcanza su temperatura máxima en 15 min, la cual es de 95°C. Si el cambio de temperatura es constante, ¿cuánto varió la temperatura del motor en cada minuto?
9. Verifica si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Luego, crea un ejemplo o contraejemplo en cada caso.
- Si a y b son números enteros distintos de cero, entonces, $a : b = b : a$.
 - Si a , b y c son números enteros negativos, entonces, el resultado de $a : b : c$ es un número entero negativo.
 - Si a , b y c son números enteros distintos de cero, entonces, $(a : b) : c = a : (b : c)$.
10. Agrupa en pares las fichas numeradas, de manera que en cada par se pueda obtener una división exacta con cociente negativo.



Guía de Actividades
 Páginas 10 a 13

Reflexiona y responde

- ¿En qué otras ocasiones puedes usar la división de números enteros? Comenta con tu curso.
- ¿Crees que es más difícil resolver multiplicaciones o divisiones con números enteros? ¿Por qué?

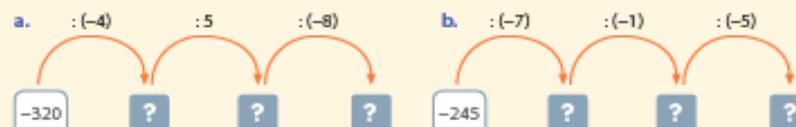
Evaluación Lección 1

1. Resuelve las siguientes operaciones.

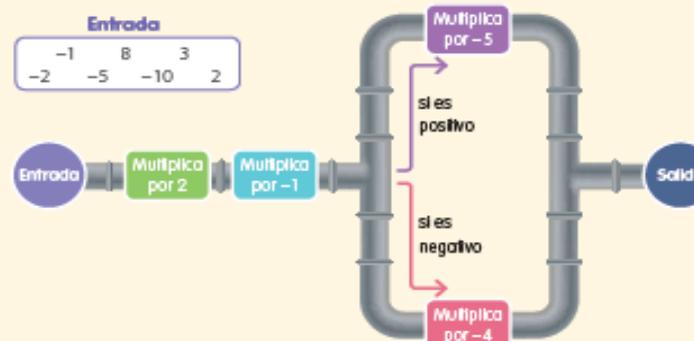
- | | |
|------------------------------|---|
| a. $15 \cdot (-3)$ | f. $4 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-2)$ |
| b. $(-56) : 7$ | g. $(-50) : 4$ |
| c. $(-80) : (-10)$ | h. $12 \cdot (-12) \cdot (-1)$ |
| d. $(-1) \cdot 6 \cdot (-6)$ | i. $48 : (-4) : 2$ |
| e. $24 : (-3) : 4$ | j. $(-10) \cdot (-2) \cdot 10$ |

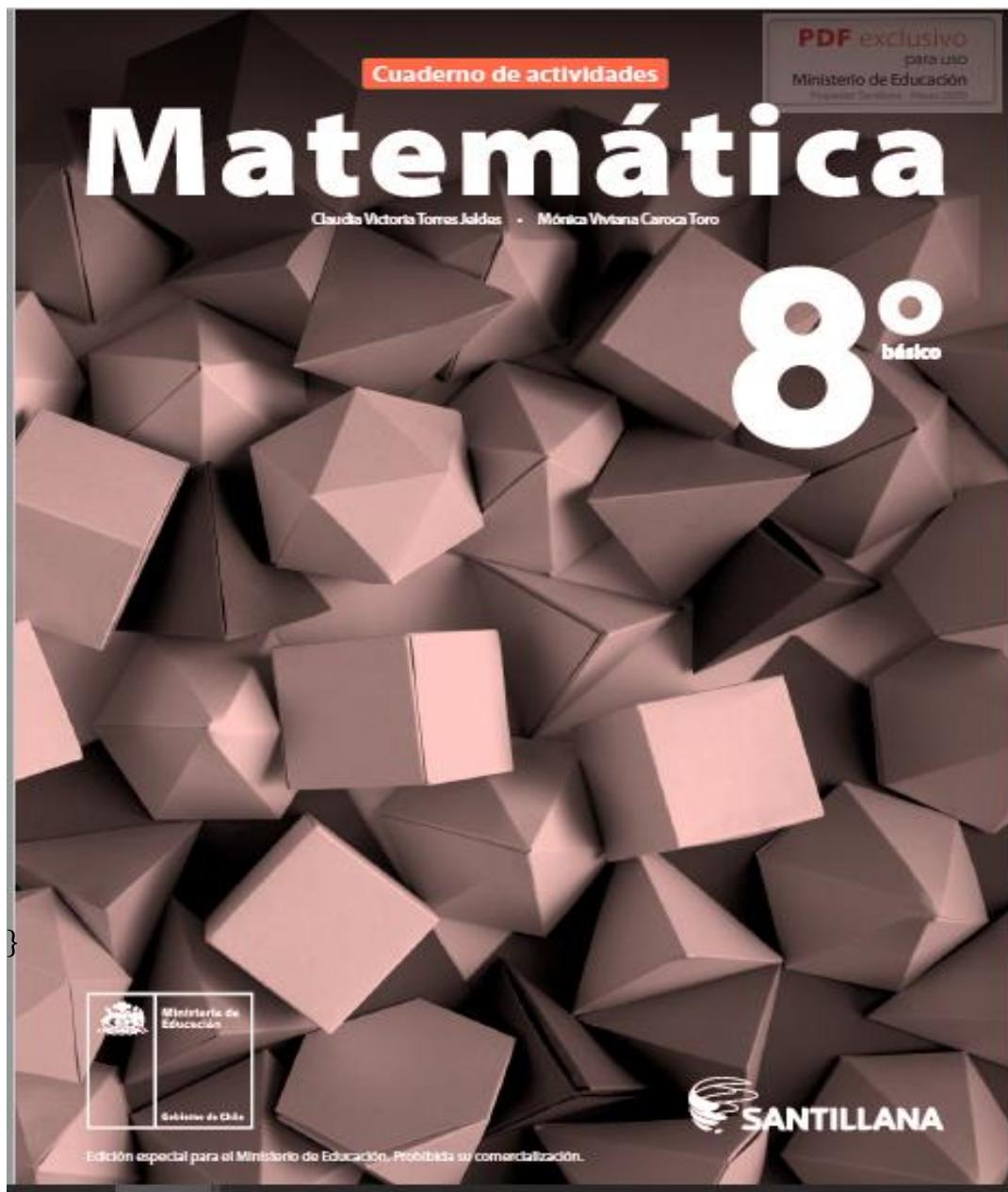
2. Si las acciones de cierta compañía disminuyen su rentabilidad en \$240 cada mes, ¿cuánto habrá disminuido al cabo de 3 años?

3. Calcula los números que faltan según las operaciones indicadas.



4. Un grupo de investigadores está realizando un reportaje acerca de la vida marina en una ciudad de Chile. Ellos se encuentran en un submarino a 186 m de profundidad en el mar. Luego de haber filmado algunos videos, comienzan a subir y llegan a la superficie en 3 h. Si cada 30 min el submarino asciende la misma cantidad de metros, ¿cuánto avanza en 1 h?
5. En la siguiente máquina se ingresan números enteros para ser sometidos a un proceso de transformación, luego del cual salen nuevamente de la máquina. Calcula el número de salida para cada número de entrada ingresado.





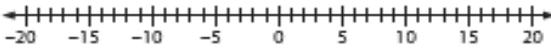
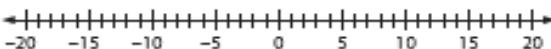
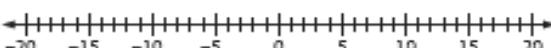
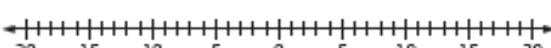
Unidad 1 • La era digital

PDF exclusivo
para uso
Ministerio de Educación

Lección 1 • Números enteros

Multiplicación de números enteros

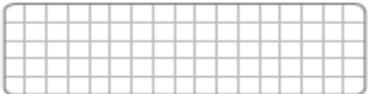
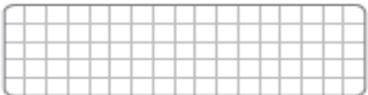
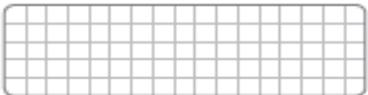
1. Representa en la recta numérica cada multiplicación y calcula el producto.

- a. $4 \cdot (-4) = \square$ 
- b. $5 \cdot (-3) = \square$ 
- c. $(-2) \cdot 6 = \square$ 
- d. $(-8) \cdot 1 = \square$ 

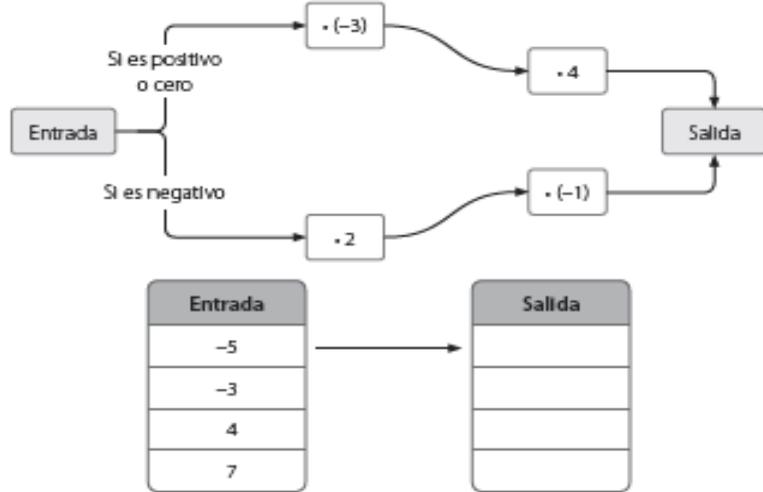
2. Resuelve las siguientes multiplicaciones:

- a. $(-5) \cdot 6 = \square$ d. $(-8) \cdot 4 = \square$ g. $(-8) \cdot 8 = \square$
 b. $(-1) \cdot (-10) = \square$ e. $(-3) \cdot (-9) = \square$ h. $(-15) \cdot 0 = \square$
 c. $1 \cdot (-1) = \square$ f. $17 \cdot (-4) = \square$ i. $30 \cdot (-2) = \square$

3. Respetando la prioridad de las operaciones, calcula el resultado de cada expresión.

- a. $5 \cdot (-3) + (-2) \cdot 9 = \square$  c. $(-2) \cdot (-6) + 10 \cdot (-3) = \square$ 
- b. $(-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-3) = \square$  d. $(-3) \cdot (5 + 4) \cdot (-2) = \square$ 

4. Calcula el número de salida para cada número de entrada ingresado.

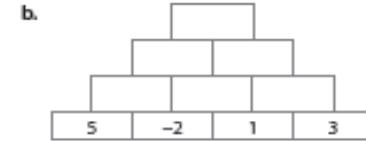
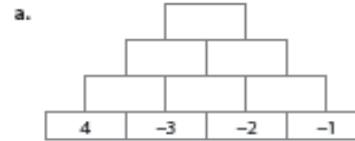


5. Identifica y explica el error cometido en cada caso y corrígelo.

	Error:	Corrección:
a. $(-5) \cdot 4 = 20$	<div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 40px;"></div>
b. $(-3) \cdot (-3) \cdot 3 = 9$	<div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 40px;"></div>
c. $0 \cdot (-17) = -17$	<div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 40px;"></div>

Lación 1. Números enteros

6. Completa cada casilla con la cifra resultante del producto entre los dos números de las dos casillas inferiores.



7. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica tu respuesta.

- a. La multiplicación de un número entero positivo por uno negativo da como resultado un número positivo.
Justificación: _____
- b. El producto de cinco números enteros negativos es positivo.
Justificación: _____
- c. La multiplicación de un número entero por 0 es siempre 0.
Justificación: _____
- d. En una multiplicación, si un factor es un número natural y el otro es un número entero negativo, el producto es siempre menor que cada uno de los factores.
Justificación: _____

8. Resuelve los siguientes problemas:

- a. Una cámara de frío se encuentra a 13 °C. Si cada 4 min desciende 3 °C, ¿qué temperatura tendrá al cabo de 20 min?

Respuesta: _____



b. En un depósito hay 800 L de agua. Por la parte superior se vierten, a través de un tubo, 25 L de agua por minuto, y por la parte inferior se extraen 30 L de agua por minuto mediante otro tubo. ¿Cuántos litros de agua habrá en el depósito después de 15 min de funcionamiento?

Respuesta: _____

c. Marcela vende globos y le quedan seis. Si el precio de cada uno es \$850, ¿cuánto dinero recibirá si los vende todos?

Respuesta: _____

9. En parejas, analicen la siguiente situación y respondan.

Pedro inventó un juego, el cual consiste en que cada 20 pasos que avanza al ir del parque a su casa, debe retroceder 2. A este proceso lo llamó «jugada». Si cada paso de Pedro mide, aproximadamente, 55 cm:

a. ¿Cuánto avanza en 5 jugadas?

Respuesta: _____

b. ¿Cuál es la distancia entre el parque y su casa si para llegar de un lugar a otro debe realizar 30 jugadas?

Respuesta: _____



Lección 1 | Números enteros

División de números enteros

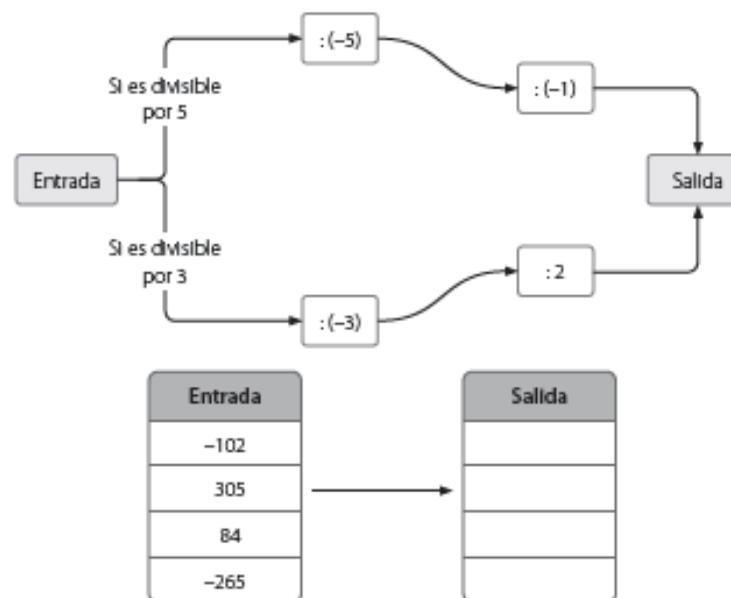
1. Resuelve las siguientes divisiones:

- | | | |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| a. $(-80) : (-20) = \square$ | d. $(-72) : (-3) = \square$ | g. $0 : (-80) = \square$ |
| b. $(-36) : 2 = \square$ | e. $25 : (-1) = \square$ | h. $(-80) : (-10) = \square$ |
| c. $81 : (-9) = \square$ | f. $(-10) : (-5) = \square$ | i. $95 : (-5) = \square$ |

2. Calcula el término desconocido en cada igualdad.

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a. $(-12) : \square = -4$ | d. $\square : 15 = -6$ |
| b. $\square : (-2) = -21$ | e. $(-15) : \square = 15$ |
| c. $(-36) : \square = 9$ | f. $84 : \square = 3$ |

3. Calcula el número de salida para cada número de entrada ingresado.

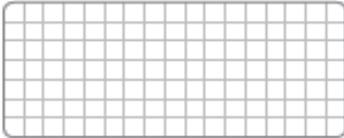
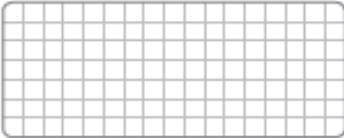
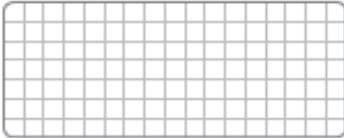
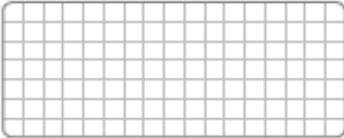
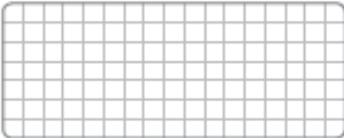




4. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica tu respuesta.

- a. La división de cualquier número por 1, es igual a 1.
 Justificación: _____
- b. De la división de un número entero positivo por uno negativo resulta un número positivo.
 Justificación: _____
- c. Al dividir un número negativo por uno positivo, el cociente será negativo.
 Justificación: _____
- d. Al dividir dos números negativos, el cociente será negativo.
 Justificación: _____

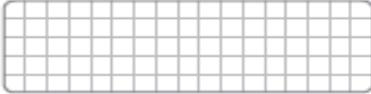
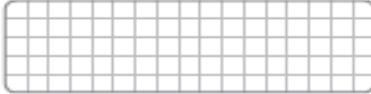
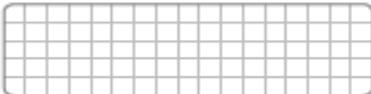
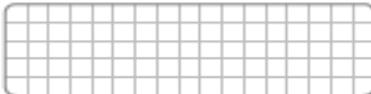
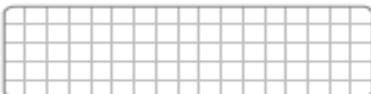
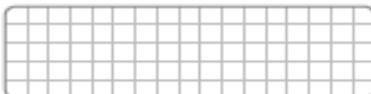
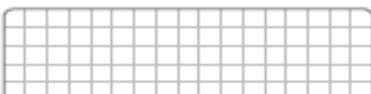
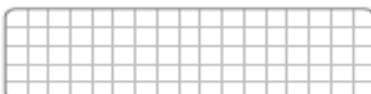
5. Resuelve las siguientes operaciones:

- | | |
|---|---|
| a. $(-5) : 5 + 10 \cdot (-3) = \square$
 | d. $12 + (-20) \cdot (-40) : 4 = \square$
 |
| b. $100 \cdot (-2) : 50 - (-10) = \square$
 | e. $0 : (-520) : (-73) = \square$
 |
| c. $(-1) : (-1) : 1 \cdot (-1) = \square$
 | f. $10 \cdot 0 - (36 : (-6)) = \square$
 |



Leción 1 | Números enteros

6. Escribe el o los números que cumplen con lo solicitado.

- | | |
|---|--|
| a. Dos números enteros cuyo cociente sea (-10).
 | e. Un número entero que al dividirlo por (-4) dé como resultado 13.
 |
| b. Un número entero que al dividirlo por (-3) dé como resultado 8.
 | f. Un número entero que al dividirlo por 10 resulte 0.
 |
| c. Un número entero que al dividirlo por (-5) resulte (-5).
 | g. Dos números enteros cuyo cociente sea (-4).
 |
| d. Dos números enteros menores que 0 cuyo cociente sea 6.
 | h. Un número entero que al dividirlo por 5 dé como resultado (-7).
 |

7. Completa las siguientes secuencias:

- a. $256 \rightarrow -128 \rightarrow \square \rightarrow -32 \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square$
- b. $5 \rightarrow -10 \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow 80 \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square$
- c. $-6\ 561 \rightarrow -2\ 187 \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow -3$



Lección 3 Potencias, raíz cuadrada y porcentajes

Raíz cuadrada



El cubo de Astor Place es una escultura de Bernard Rosenthal situada en Astor Place en la Isla de Manhattan en Nueva York. La obra fue construida con 820 kg de acero y se puede girar sobre su eje vertical.

- El cubo de Astor Place tiene un área aproximada de $57\,600\text{ cm}^2$ en cada cara. ¿Cómo calcularías la medida de la arista del cubo?

Ejemplo 1

En un patio de forma rectangular se instalan pastelones cuadrados de lado 1 m. Si en el patio caben 9 pastelones a lo largo y 4 a lo ancho, ¿cuántos pastelones se deben poner a lo largo y a lo ancho de un patio de igual superficie, pero de forma cuadrada?

- Calculamos el área A del patio de forma rectangular: $A = (9 \cdot 4)\text{ m}^2 = 36\text{ m}^2$.
- Calculamos la medida del lado del patio de forma cuadrada: $\sqrt{36}\text{ m} = 6\text{ m}$. Luego, se deben poner 6 pastelones a lo largo y a lo ancho del patio.

Aprende

La raíz cuadrada ($\sqrt{}$) de un número natural b corresponde a un único número positivo a que cumple: $a^2 = b$ y se representa como $\sqrt{b} = a$.

40 | Unidad 1

Ejemplo 2

Estima la raíz cuadrada de 18 y ubícala en la recta numérica.

- 1 El número 18 no es un cuadrado perfecto, ya que no existe un número $a \in \mathbb{N}$ que cumpla $a^2 = 18$. Por lo tanto, buscamos dos números cuadrados perfectos cercanos a 18.

$a = 2$, entonces $a^2 = 2^2 = 4$

$a = 4$, entonces $a^2 = 4^2 = 16$

$a = 3$, entonces $a^2 = 3^2 = 9$

$a = 5$, entonces $a^2 = 5^2 = 25$

Luego, los números buscados son 16 y 25.

- 2 Calculamos la raíz cuadrada de cada número.

$$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$$

$$4 < \sqrt{18} < 5$$

- 3 Como 18 es más próximo a 16 que a 25, entonces $\sqrt{18}$ es más próximo a 4.



• El valor de una potencia de la forma a^2 , con a un número natural, se conoce como cuadrado perfecto. Por ejemplo, 64 es un cuadrado perfecto, ya que $8^2 = 64$.

• Para obtener el valor de la raíz cuadrada de un número utilizando una calculadora básica, debes digitar el número y luego presionar la tecla $\sqrt{\quad}$.

Ejemplo 3

Si el área de un cuadrado es 29 cm^2 , ¿cuál es, aproximadamente, su perímetro?

- 1 El lado del cuadrado mide $\sqrt{29} \text{ cm}$. Podemos determinar entre qué números naturales está el valor de la raíz.
 $25 < 29 < 36 \Leftrightarrow \sqrt{25} < \sqrt{29} < \sqrt{36} \Leftrightarrow 5 < \sqrt{29} < 6$
- 2 Luego, como 29 es más próximo a 25 que a 36 en la recta numérica, podemos afirmar que $\sqrt{29}$ es más cercano a 5. Ahora escogemos un número decimal cercano a 5, por ejemplo 5,3, obtenemos que $5,3^2 = 28,09$. Si elegimos el 5,4, obtenemos que $5,4^2 = 29,16$. Por lo tanto, $\sqrt{29}$ se aproxima a 5,4; es decir, $\sqrt{29} = 5,4$.
- 3 El perímetro P del cuadrado se puede aproximar de la siguiente forma: $P = (4 \cdot 5,4) \text{ cm} = 21,6 \text{ cm}$.

• Aprende

Para estimar la raíz cuadrada de un número natural d (\sqrt{d}), se pueden elegir dos números $x, y \in \mathbb{N}$ tal que $x < d < y$.

Estos números deben cumplir con la condición de tener raíz cuadrada natural, es decir, $\sqrt{x} = c$ y $\sqrt{y} = e$, con $c, e \in \mathbb{N}$. En general, se consideran c y e dos números consecutivos.

$$x < d < y \quad \sqrt{x} < \sqrt{d} < \sqrt{y} \quad c < \sqrt{d} < e$$

• Actividades

1. Calcula las siguientes raíces cuadradas.

- | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|
| a. $\sqrt{1}$ | e. $\sqrt{64}$ | i. $\sqrt{225}$ |
| b. $\sqrt{9}$ | f. $\sqrt{81}$ | j. $\sqrt{361}$ |
| c. $\sqrt{16}$ | g. $\sqrt{121}$ | k. $\sqrt{400}$ |
| d. $\sqrt{25}$ | h. $\sqrt{144}$ | l. $\sqrt{529}$ |

2. Identifica el número que debe ir en el recuadro para que la igualdad sea verdadera.

- | | | |
|--------------------|---------------------|--------------------|
| a. $\sqrt{?} = 5$ | e. $\sqrt{?} = 1$ | i. $\sqrt{?} = 9$ |
| b. $\sqrt{?} = 4$ | f. $\sqrt{?} = 40$ | j. $\sqrt{?} = 50$ |
| c. $\sqrt{?} = 10$ | g. $\sqrt{?} = 100$ | k. $\sqrt{?} = 16$ |
| d. $\sqrt{?} = 6$ | h. $\sqrt{?} = 3$ | l. $\sqrt{?} = 25$ |

3. Analiza las siguientes raíces cuadradas. Luego, estima entre qué números naturales consecutivos se encuentran y ubícalas en la recta numérica.

- | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|
| a. $\sqrt{12}$ | e. $\sqrt{43}$ | i. $\sqrt{115}$ |
| b. $\sqrt{15}$ | f. $\sqrt{55}$ | j. $\sqrt{136}$ |
| c. $\sqrt{20}$ | g. $\sqrt{66}$ | k. $\sqrt{150}$ |
| d. $\sqrt{34}$ | h. $\sqrt{101}$ | l. $\sqrt{200}$ |

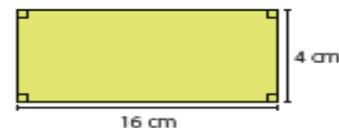
4. Determina las raíces cuadradas que deben ir en los recuadros para que la suma de las diagonales, verticales y horizontales sea la misma en cada cuadrado mágico.

$\sqrt{49}$?	$\sqrt{25}$
?	$\sqrt{64}$?
$\sqrt{121}$?	$\sqrt{81}$

$\sqrt{16}$?	?
?	$\sqrt{49}$?
?	$\sqrt{9}$	$\sqrt{100}$

$\sqrt{225}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{289}$
?	?	?
?	$\sqrt{324}$?

5. ¿Existe un cuadrado que tenga igual área que el rectángulo de la figura? De ser así, ¿cuál sería el perímetro de este cuadrado?



6. Resuelve los siguientes problemas.

- El padre de Martsol le prometió una cantidad de dinero igual a 1 000 veces la suma de las raíces cuadradas de los días del mes de enero que son cuadrados perfectos. ¿Cuánto dinero recibirá Martsol?
- Miguel compró 6 azulejos cuadrados cuya área es de 49 cm^2 cada uno y los ubicó en dos columnas de tres azulejos en la pared. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo formado por estos azulejos en dicha disposición?
- Un parque está emplazado en un terreno de forma cuadrada, y su área es de $10\,000 \text{ m}^2$. Si Daniela da 4 vueltas alrededor del parque, ¿cuántos metros recorre?

7. Analiza cada cuadrado y calcula su perímetro (P) sabiendo el valor del área (A) en cada caso.

a.	b.	c.
 $A = 225 \text{ cm}^2$	 $A = 169 \text{ cm}^2$	 $A = 36 \text{ cm}^2$

8. Estima el perímetro (P) de los siguientes cuadrados. Utiliza una calculadora para verificar tu aproximación.

a.	b.	c.
 $A = 120 \text{ cm}^2$	 $A = 135 \text{ cm}^2$	 $A = 142 \text{ cm}^2$

9. La energía cinética de un móvil, medida en joule (J), se puede calcular con la expresión $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, en la que m representa la masa del móvil en kg y v su rapidez en m/s. Si la energía cinética es de $225\,000 J$ y la masa del móvil es de 500 kg , ¿cuál es su rapidez?

Reflexiona y responde

- Explica cómo estimar el valor de una raíz cuadrada.
- ¿Qué hiciste para corregir tus errores y aclarar tus dudas?

PDF exclusivo para uso
 Ministerio de Educación
 Propiedad Santillana - Marzo 2020

Cuaderno de actividades

Matemática

Claudia Victoria Torres Jaldas - Mónica Viviana Carroca Toro

8^o

básico

Ministerio de Educación
 Chile 2019

SANTILLANA

Edición especial para el Ministerio de Educación. Prohibida su comercialización.

Lección 3 Potencias, raíz cuadrada y porcentajes

Raíz cuadrada

1. Completa la siguiente tabla.

a	4		64			225
\sqrt{a}		6		18	100	

2. Calcula las siguientes raíces cuadradas.

a. $\sqrt{25} = \square$

e. $\sqrt{225} = \square$

b. $\sqrt{49} = \square$

f. $\sqrt{400} = \square$

c. $\sqrt{81} = \square$

g. $\sqrt{625} = \square$

d. $\sqrt{121} = \square$

h. $\sqrt{900} = \square$

3. Determina si las siguientes igualdades son correctas (✓) o incorrectas (✗). Justifica cada caso realizando la operación correspondiente.

a. $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9+16}$

e. $\sqrt{9} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{400} = 89$

b. $\sqrt{4} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{4 \cdot 4} = \sqrt{4^2}$

f. $\frac{\sqrt{225}}{\sqrt{25}} = 3$

c. $(\sqrt{144})^2 = 12$

g. $\sqrt{169 - 144} = \sqrt{169} - \sqrt{144}$

d. $\sqrt{81} \cdot \sqrt{121} = \sqrt{81 \cdot 121}$

h. $\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{64}} = \sqrt{\frac{256}{64}}$

4. Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica en cada caso.

a. La suma de raíces cuadradas es igual a la raíz cuadrada de la suma.

Justificación: _____

b. El producto de raíces cuadradas es igual a la raíz cuadrada del producto.

Justificación: _____

c. $\sqrt{6}$ se ubica en la recta numérica entre 2 y 3.

Justificación: _____



5. Analiza las siguientes raíces cuadradas. Luego, estima entre qué números naturales consecutivos se encuentran y ubícalas en la recta numérica.

a. $\square < \sqrt{5} < \square$



d. $\square < \sqrt{30} < \square$



b. $\square < \sqrt{10} < \square$



e. $\square < \sqrt{22} < \square$



c. $\square < \sqrt{42} < \square$



f. $\square < \sqrt{37} < \square$



6. En cada caso, determina el valor que falta para que se cumpla la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$.

a. $30^2 + 40^2 = \square^2$

d. $15^2 + 8^2 = \square^2$

b. $60^2 + \square^2 = 100^2$

e. $12^2 + \square^2 = 20^2$

c. $\square^2 + 12^2 = 15^2$

f. $27^2 + 36^2 = \square^2$

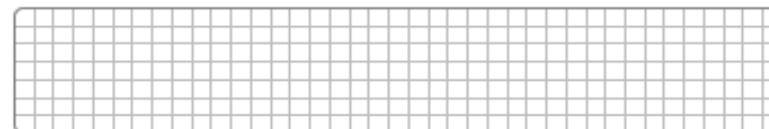
Puedes continuar ejercitando la resolución de potencias y raíces en el siguiente link

<https://www.datapark.org/es-2/matematicas/potencia/>



7. Resuelve los siguientes problemas. Luego, comprueba con una calculadora.

a. Dos triángulos rectángulos comparten la misma hipotenusa. Si las medidas de los catetos de uno de los triángulos son 11 cm y 3 cm, y la medida de uno de los catetos del segundo triángulo es de 7 cm, ¿cuál es la medida del cateto restante?



b. Un rectángulo de área 128 cm² tiene un lado que mide la mitad del otro. Determina las longitudes de sus lados.





Lección 2 Teorema de Pitágoras

PDF exclusivo para uso Ministerio de Educación

Teorema de Pitágoras

La pirámide de Kefrén, fue la primera gran pirámide que se construyó basándose en el llamado triángulo sagrado egipcio, de proporciones 3 - 4 - 5.

- ¿Cómo crees se relacionan matemáticamente los números del triángulo sagrado?

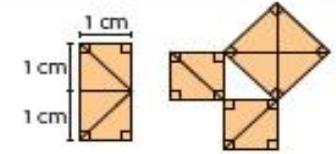


En esta lección aplicarás el teorema de Pitágoras para resolver diversos problemas geométricos y de la vida cotidiana.

Ejemplo 1

Explica la validez del teorema de Pitágoras.

Según las medidas del siguiente rectángulo, verifica que la suma de las áreas de los cuadrados pequeños es igual al área del cuadrado de mayor tamaño.



- 1 Notamos que el rectángulo está formado por 4 triángulos congruentes. Calculamos el área (A) del rectángulo:

$$A = (2 \cdot 1) \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2$$

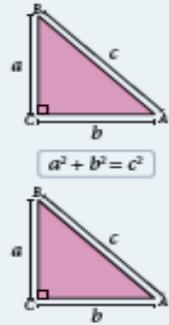
- 2 El cuadrado de mayor tamaño está formado por 4 triángulos congruentes iguales a los que forman el rectángulo. Por lo tanto, su área es 2 cm^2 .
- 3 Los cuadrados de menor medida están formados por dos triángulos congruentes iguales a los que forman el rectángulo. Luego, el área de cada uno es igual a $(2 : 2) \text{ cm}^2$, es decir, 1 cm^2 .
- 4 Sumamos las áreas de los cuadrados de menor tamaño y verificamos que el resultado es igual al área del cuadrado de mayor medida.

$$1 \text{ cm}^2 + 1 \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2$$

↑ Área cuadrados pequeños. ↑ Área cuadrado grande.

• Aprende

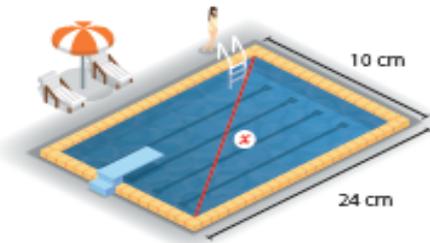
- En un triángulo rectángulo, el teorema de Pitágoras establece que la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.
 En el triángulo ABC , a y b representan las medidas de los catetos y c la medida de la hipotenusa.
 Si un trío de números naturales cumple con el teorema de Pitágoras, estos números son llamados trío pitagórico.
 $a^2 + b^2 = c^2$
- El recíproco del teorema de Pitágoras establece que si se tienen 3 segmentos de medidas a , b y c que cumplen con la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$ entonces el triángulo formado por estos segmentos es un triángulo rectángulo.



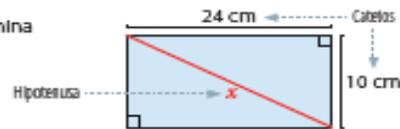
Ejemplo 2

¿Cuál es la distancia máxima que una persona puede nadar en una piscina de forma rectangular que mide 24 m de largo y 10 m de ancho si solo puede hacerlo en línea recta?

- Si solo puede nadar en línea recta, la distancia máxima (x) corresponde a la diagonal de la superficie de la piscina.



- Notamos que la diagonal de la piscina determina dos triángulos rectángulos.



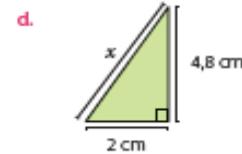
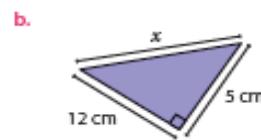
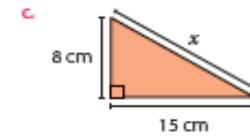
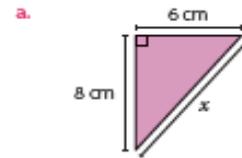
- Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la medida de la diagonal (x) de la piscina.

$$\begin{aligned} x^2 &= 24^2 + 10^2 \\ x^2 &= 576 + 100 \\ x^2 &= 676 \\ x &= \sqrt{676} \text{ m} \\ x &= 26 \text{ m} \end{aligned}$$

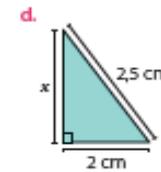
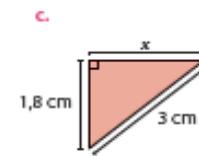
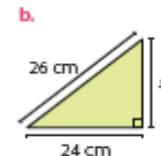
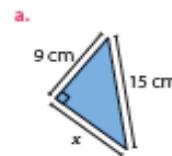
Lección 2 Teorema de Pitágoras

• Actividades

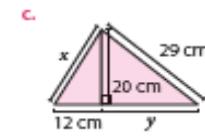
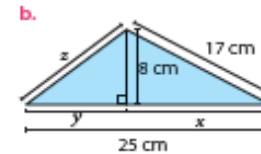
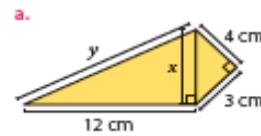
- Calcula la medida del lado desconocido (x) en cada triángulo.



- Calcula el perímetro (P) y el área (A) de cada triángulo.



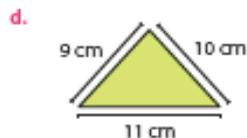
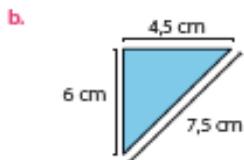
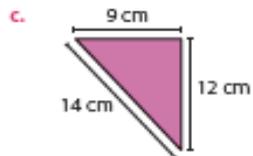
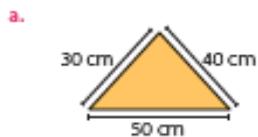
- Calcula las medidas que faltan en cada figura. Utiliza una calculadora si es necesario.



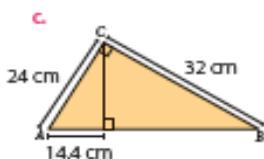
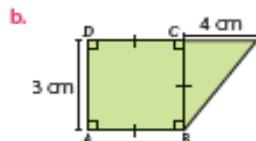
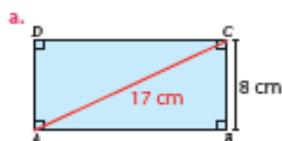
- Evalúa si los siguientes tríos de números forman tríos pitagóricos. Considera a y b como la medida de los catetos y c como la medida de la hipotenusa.

	a.	b.	c.	d.
a	9	5	15	21
b	12	2	36	28
c	15	13	39	35

5. Identifica los triángulos rectángulos y justifica tu elección.



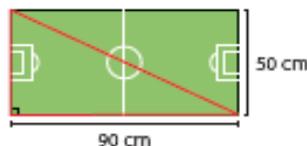
6. Calcula el perímetro (P) y el área (A) de las siguientes figuras. Si es necesario, utiliza una calculadora.



7. Resuelve los siguientes problemas.

a. Reúnete con un compañero o compañera y construyan un triángulo rectángulo cuyos lados midan 4,5 cm, 6 cm y 7,5 cm. Sobre cada uno de ellos dibujen un triángulo isósceles con base en el lado y 3 cm de altura. ¿Es cierto que el área del triángulo construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los otros dos triángulos? ¿Por qué?

b. Diego y Francisco trotan en una cancha rectangular como la que se muestra. Diego da 8 vueltas completas a la cancha. Francisco trota solo por el camino marcado con rojo y da 10 vueltas. ¿Quién recorrió una mayor cantidad de metros?



Reflexiona y responde

- ¿Qué pasos sigues al aplicar el teorema de Pitágoras?
- ¿Qué es un trío pitagórico? Ejemplifica.

Lección 3 Teorema de Pitágoras

Aplicaciones del teorema de Pitágoras

El viaducto del Malleco es un puente ferroviario chileno ubicado sobre el río Malleco, en la ciudad de Collipulli, Región de La Araucanía. Con sus 102 m de altura, es el segundo puente más alto de Chile. En 1990 fue decretado monumento histórico.



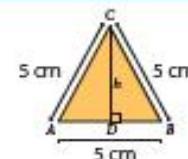
Si un Ingeniero quiere cambiar las vigas marcadas por unas más resistentes, ¿qué largo debiesen tener?

Ejemplo 1

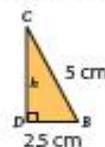
¿Cuál es la medida de la altura h en el triángulo?

1 En un triángulo equilátero y en un triángulo isósceles la altura (h) correspondiente a la base divide a esta en dos segmentos de igual medida. Por lo tanto, se cumple:

$$\overline{AD} = \overline{DB} = 2,5 \text{ cm}$$



2 Notamos que la altura h divide al triángulo ABC en dos triángulos rectángulos congruentes. En el triángulo rectángulo DBC , h representa uno de sus catetos, por lo tanto podemos aplicar el teorema de Pitágoras para calcular su medida.



$$\begin{aligned} h^2 + 2,5^2 &= 5^2 \\ h^2 + 6,25 &= 25 \\ h^2 &= 25 - 6,25 \\ h^2 &= 18,75 \\ h &= \sqrt{18,75} \text{ cm} = 4,33 \text{ cm} \end{aligned}$$

Utilizamos una calculadora para obtener la raíz cuadrada.

Ejemplo 2

En una habitación de 2,4 m de altura se quiere ubicar un mueble de 60 cm de profundidad. Si se debe inclinar para trasladarlo, ¿cuál es la altura máxima que puede tener para no rayar el techo?

- 1 En el mueble podemos formar un triángulo rectángulo en el que h representa su altura.



- 2 Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la medida de la altura (h).

$$h^2 + 0,6^2 = 2,4^2$$

$$h^2 + 0,36 = 5,76$$

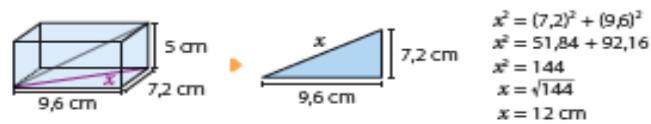
$$h^2 = 5,4$$

$$h = \sqrt{5,4} = 2,32 \text{ m} \leftarrow \text{Altura máxima del mueble.}$$

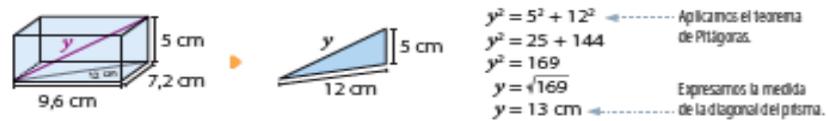
Ejemplo 3

Calcula la medida de la diagonal del siguiente prisma recto de base rectangular.

- 1 Calculamos la medida de la diagonal de la base (x) aplicando el teorema de Pitágoras.



- 2 Calculamos la medida de la diagonal del prisma (y).



• Aprende

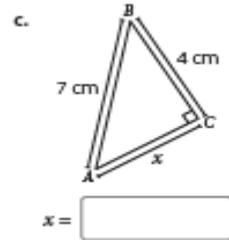
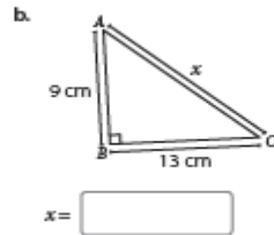
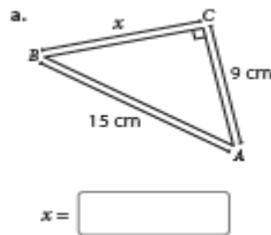
El teorema de Pitágoras se puede aplicar para calcular las medidas en figuras o cuerpos geométricos, y así poder determinar su área y su perímetro.



Lección 2 Teorema de Pitágoras

Teorema de Pitágoras

1. Calcula la medida pedida en cada caso.



2. Calcula la medida faltante, dados los catetos (c) o la hipotenusa (h) en los siguientes triángulos rectángulos.

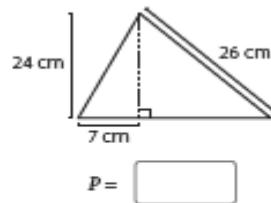
- | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| a. $c_1 = 7$ cm; $c_2 = 12$ cm _____ | d. $h = 10$ cm; $c_2 = 8$ cm _____ |
| b. $c_1 = 5$ cm; $c_2 = 12$ cm _____ | e. $h = 5$ cm; $c_2 = 2$ cm _____ |
| c. $c_1 = 3$ cm; $c_2 = 5$ cm _____ | f. $h = 8$ cm; $c_2 = 4$ cm _____ |

3. Comprueba si los siguientes números forman un trío pitagórico.

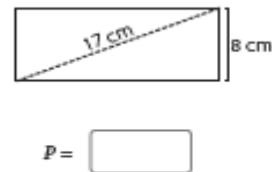
- | | |
|-----------------------|------------------------|
| a. 7, 24 y 25. _____ | d. 10, 24 y 36. _____ |
| b. 9, 15 y 20. _____ | e. 4,5; 6 y 7,5. _____ |
| c. 17, 19 y 26. _____ | f. 1,8; 2,4 y 3. _____ |

4. Observa las figuras y resuelve.

a. Calcula el perímetro (P) del siguiente triángulo.



b. ¿Cuál es el perímetro (P) del siguiente rectángulo?



5. Responde las siguientes preguntas. Justifica tu respuesta.

a. Los lados de un rectángulo son 12 cm y 15 cm. ¿Cuánto mide la diagonal?

b. ¿Cuál es la altura de un trapecio isósceles de bases 8 dm y 10 dm de longitud, y lados iguales de 7 dm?

c. Las diagonales de un rombo miden 12 cm y 16 cm. ¿Cuál es la medida de cada uno de sus lados?

d. ¿Cuál es la medida de la altura de un triángulo equilátero de lado 6 cm?

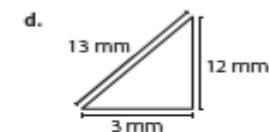
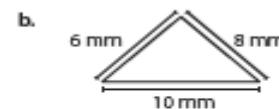
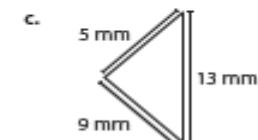
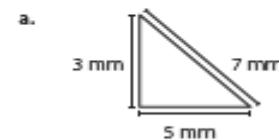
e. El perímetro de un cuadrado mide 20 cm. ¿Cuánto mide su diagonal?

Marca la opción correcta del ítem 6 y del 7. Justifica en cada caso.

6. Marca la opción que muestra la medida, en centímetros, de los lados de un triángulo rectángulo.

- | | |
|----------------|----------------|
| A. 1, 2 y 3. | C. 2, 4 y 16. |
| B. 9, 16 y 25. | D. 9, 12 y 15. |

7. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa un triángulo rectángulo?

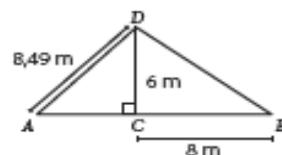


Lección 2 Teorema de Pitágoras

PDF exclusivo
 para uso
 Ministerio de Educación
 Propiedad Sanitiana - Marzo 2020

Aplicaciones del teorema de Pitágoras

1. La figura representa un poste (\overline{CD}) sujeto por dos cables, \overline{AD} y \overline{DB} .



a. Aproximadamente, ¿a qué distancia se encuentran los extremos inferiores de los cables?

b. ¿Cuánto cable se utilizó para sujetar el poste?

2. Resuelve los siguientes problemas. Puedes utilizar una calculadora para realizar los cálculos.

a. Un terreno mide 100 m de largo por 50 m de ancho. Pedro recorre el ancho y el largo y Juan cruza por la diagonal. Aproximadamente, ¿cuántos metros de caminata se ahorra Juan?

b. Un poste de 10 m de altura se afirmará mediante cables desde la parte más alta hasta dos puntos ubicados en el suelo, a 3 m y 4 m del poste. Aproximadamente, ¿cuánto cable se necesita?

c. Para tejer chales a telar, Patricia quiere construir un bastidor de madera en forma de triángulo isósceles. Si la base debe medir 120 cm y la altura 80 cm, ¿cuánta madera necesita para hacer el bastidor?

PDF exclusivo
 para uso
 Ministerio de Educación
 Propiedad Sanitiana - Marzo 2020

d. Una escalera se ha apoyado a 3 m de la base de una pared, de tal forma que la altura que alcanza es de 2 m. ¿Cuál es la longitud de la escalera?

e. Una rampa tiene una altura de 11 m y su punto de inicio se encuentra a 60 m de distancia de una pared. ¿Cuál es la longitud de la rampa?

f. Desde el balcón de un edificio se ve una plaza a 85 m, pero desde la base del edificio está a 84 m. ¿A qué altura se encuentra ese balcón?

g. Julieta está encubriendo un volantín con un hilo de 100 m. Cuando el hilo está totalmente tenso, la altura del volantín al suelo es de 80 m. Sin considerar la altura de Julieta, ¿a qué distancia se encuentra ella de este punto?

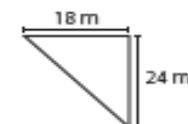
Marca la opción correcta. Justifica en cada caso.

3. Una escalera de 6 m de largo se apoya en una muralla a una altura de 5 m desde el suelo. ¿A qué distancia desde la base de la muralla se encuentra el pie de la escalera?

- A. 1 m
- B. 3 m
- C. 3,3 m
- D. 6,4 m

4. La plaza central de una villa está representada en la figura. Al salir a trotar alrededor de la plaza y dar 10 vueltas, ¿cuántos metros se recorren?

- A. 420 m
- B. 500 m
- C. 650 m
- D. 720 m





Lectio 3 Funciones

Función afin

En las cuentas de agua, generalmente, se especifica el cargo fijo, los metros cúbicos consumidos y los montos que se van a pagar por agua potable y por servicio de alcantarillado, los cuales dependen de la cantidad de metros cúbicos consumidos.



Cargo Fijo		\$988
Agua Potable	25 m ³ =	\$9 175
Servicio de Alcantarillado	25 m ³ =	\$12 525
Monto Total		\$22 368
Saldo Anterior		0
TOTAL A PAGAR		\$22 368

Analiza la información de la imagen y luego realiza lo pedido.

- En tu cuaderno, completa la tabla que relaciona los metros cúbicos consumidos y el total a pagar.

Consumo (m ³)	1	10	25	30
Total a pagar (\$)				

- ¿Cuál es la función que relaciona el total por pagar (y) y los metros cúbicos consumidos (x)?
- Explica en qué se diferencia la función que formulaste con respecto a la función lineal.

Ejemplo 1

La gráfica de la función $f(x) = m \cdot x + c$, pasa por los puntos $A(-2, 0)$ y $B(0, 6)$. Completa la tabla con los valores de las imágenes ($f(x)$) y preimágenes (x) de f .

x	-4	-2	0	4	8
$f(x) = m \cdot x + n$		-3	0	6	-18

1 Calculamos la pendiente de la función f .

$$m = \frac{6-0}{0-(-2)} = \frac{6}{2} = 3$$

Diferencia entre las ordenadas de los puntos A y B.
 Diferencia entre las abscisas de los puntos A y B.

2 Reemplazamos el valor de m en la expresión $f(x) = m \cdot x + c$ y calculamos el valor de c a partir de la igualdad $f(0) = 6$, ya que el punto $B(0, 6)$ pertenece a la gráfica de f .

$$f(x) = 3 \cdot x + c \rightarrow f(0) = 3 \cdot 0 + c = 6 \rightarrow c = 6$$

Luego, se tiene que $f(x) = 3 \cdot x + 6$ y al completar la tabla obtenemos:

x	-4	-3	-2	0	4	-8	8
$f(x) = m \cdot x + n$	-6	-3	0	6	18	-18	30

■ Aprende

Una función afín es una función de la forma $f(x) = m \cdot x + c$, con m y c distintos de cero. La constante m es la pendiente y c el coeficiente de posición, el cual corresponde al valor en el eje Y por donde pasa su gráfica.

Ejemplo 2

En un experimento, una sustancia que se encuentra a 10°C aumenta su temperatura a razón de 3°C por minuto. Si f representa la temperatura de la sustancia y t los minutos transcurridos, ¿cuál es el valor de c si se sabe que $f(t+1) = f(t) + c$?

1 Representamos la función f que modela la situación.

$$\text{Temperatura Inicial} \rightarrow f(t) = 10 + 3 \cdot t \leftarrow \text{Aumento de temperatura por minuto.}$$

2 Representamos la expresión algebraica para $f(t+1)$.

$$f(t+1) = 10 + 3 \cdot (t+1) = 10 + 3 \cdot t + 3 \cdot 1 = 13 + 3 \cdot t$$

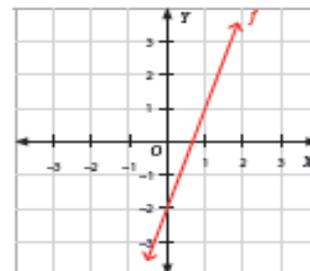
3 Calculamos el valor de c .

$$f(t+1) = f(t) + c \rightarrow c = f(t+1) - f(t) = 13 + 3 \cdot t - (10 + 3 \cdot t) = 3 \leftarrow \text{Cambio de temperatura por minuto.}$$

Luego, se tiene que $c = 3$

Ejemplo 3

Representa algebraicamente la función mostrada en el gráfico.



1 La función f es afín, por lo tanto, podemos representarla como $f(x) = mx + c$. Luego, como la gráfica de la función corta al eje Y en el punto $(0, -2)$, el valor de c es -2 .

2 Reemplazamos el valor de c en la expresión.

$$f(x) = mx + (-2)$$

3 Como el punto $(1, 1)$ pertenece a su gráfica, se cumple que $f(1) = 1$.

$$f(1) = m \cdot 1 + (-2) = 1 \rightarrow m + (-2) = 1 \rightarrow m = 3$$

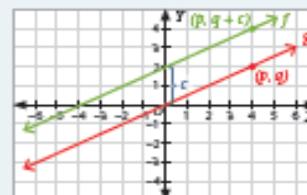
Entonces, $f(x) = 3x + (-2)$, o bien $f(x) = 3x - 2$.

¿En qué se diferencian la gráfica de la función afín a la gráfica de la función lineal?

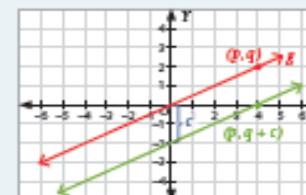
■ Aprende

Una función afín $f(x) = m \cdot x + c$, con m y c distintos de cero, se puede representar como la gráfica de una función lineal $g(x) = m \cdot x$ trasladada c unidades hacia arriba o hacia abajo según corresponda.

• Si $c > 0$:

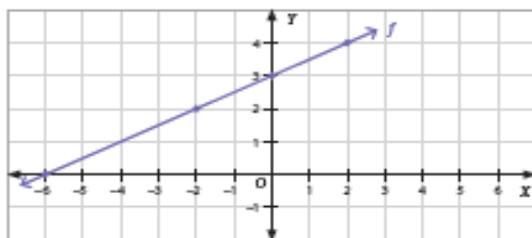


• Si $c < 0$:



Ejemplo 4

Los puntos P , Q y R pertenecen a la gráfica de f . Determina la coordenada que falta en cada uno de ellos.



$P(6, \square)$
 $Q(-8, \square)$
 $R(-10, \square)$

- La función f es afín, por lo tanto la representamos como $f(x) = mx + c$. Como la gráfica de la función corta al eje Y en el punto $(0, 3)$, el valor de c es 3. Al reemplazar este valor obtenemos $f(x) = mx + 3$.
- Los puntos $(-2, 2)$ y $(2, 4)$ pertenecen a la gráfica de f , por lo tanto podemos calcular la pendiente m de la recta.

$$m = \frac{4-2}{2-(-2)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{La pendiente } m \text{ de una recta está relacionada con su inclinación y puede interpretarse como la variación de } y \text{ por cada unidad que varía } x.$$

Luego, $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x + 3$.

- Calculamos el valor $f(6)$, $f(-8)$ y $f(-10)$.

$$f(6) = \frac{1}{2} \cdot 6 + 3 = 3 + 3 = 6 \rightarrow P(6, 6)$$

$$f(-8) = \frac{1}{2} \cdot -8 + 3 = -4 + 3 = -1 \rightarrow Q(-8, -1)$$

$$f(-10) = \frac{1}{2} \cdot -10 + 3 = -5 + 3 = -2 \rightarrow R(-10, -2)$$

La coordenada faltante en cada punto es la imagen de la abscisa del punto.

• Aprende

En una función afín de la forma $f(x) = mx + c$ se tiene que:

- Si $m \neq 0$ y $c = 0$, la función f es una función lineal.
- Si $m = 0$ y $c \neq 0$, la función f es una función constante, es decir, para todo $x \in \text{Dom}(f)$ se tiene que $f(x) = c$.

• Actividades

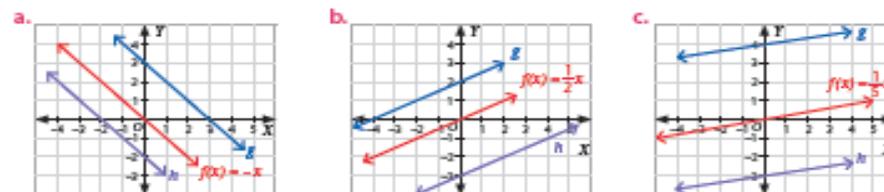
- Determina si las siguientes son funciones lineales o afines. Justifica tu respuesta.

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| a. $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$ | d. $j(x) = x + \frac{5}{9}$ |
| b. $h(x) = 3x - 5$ | e. $k(x) = -\frac{5}{4}x$ |
| c. $g(x) = -2x + 6$ | f. $l(x) = x - 5,5$ |

- Determina para cada función el valor de la pendiente y las coordenadas del punto en el que corta al eje Y .

- | | |
|-------------------------------|--|
| a. $f(x) = -3x + 6$ | e. $k(x) = \frac{5}{4}x + \frac{1}{2}$ |
| b. $h(x) = -x + 10$ | f. $h(x) = -2,4 + x$ |
| c. $g(x) = -9x + 1,5$ | g. $k(x) = \frac{3}{4} - \frac{3}{4}x$ |
| d. $j(x) = -2x - \frac{5}{9}$ | h. $f(x) = 4,4 + 5x$ |

- Determina la expresión algebraica que representa a las funciones g y h en cada caso.



- Gráfica la función que pasa por los puntos dados en cada caso. Luego, determina su pendiente y el punto donde corta al eje Y .

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|--------------------------|
| a. $R(1, -1)$ y $E(3, 4)$ | b. $N(-1, 4)$ y $M(1, 4)$ | c. $A(4, 0)$ y $G(0, 3)$ |
|---------------------------|---------------------------|--------------------------|

- Los planes de dos empresas de telefonía son:

- ¿Qué función modela el total a pagar en la compañía *¡Habla ya!*? ¿Y en la compañía *¡Habla siempre!*?
- ¿Cuál es el cobro, en ambas compañías, si se hablan 50 min? ¿Y si se hablan 80 min?
- Gráfica cada función en el plano cartesiano.
- Según las gráficas que construiste, ¿en qué condiciones es más conveniente la compañía *¡Habla ya!*?



6. Resuelve los siguientes problemas.

- La temperatura de un lugar es de 5 °C al mediodía y después desciende 4 °C cada hora. ¿Cuál es la función afín que modela esta situación y cuál será la temperatura a las 20:00 horas?
- El nivel del agua de un estanque era inicialmente de 240 cm y su contenido desciende a razón de 6 cm por minuto. ¿Cuál es la función afín que modela esta situación y cuál será el nivel del agua luego de 40 min?
- En una cuenta telefónica se cobra un cargo fijo de \$300, y por cada minuto, \$100. ¿Cuál es la función afín que modela esta situación y cuál será el monto a pagar si se hablan 120 min?

7. Analiza la siguiente información y luego resuelve el problema.

Cuando se hace una inversión con un interés simple anual se puede obtener el capital final (A) mediante la expresión:

$$A = b + b \cdot r \cdot t$$

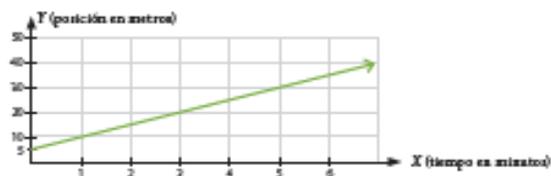
donde b es el capital inicial; r , la tasa de interés anual, y t , el tiempo en años.

Pedro abrió una cuenta de ahorro y depositó \$150.000. Si la tasa de interés simple es de 5% anual y durante 2 años no se realizan depósitos ni giros, ¿cuál es el saldo de la cuenta luego de este tiempo?

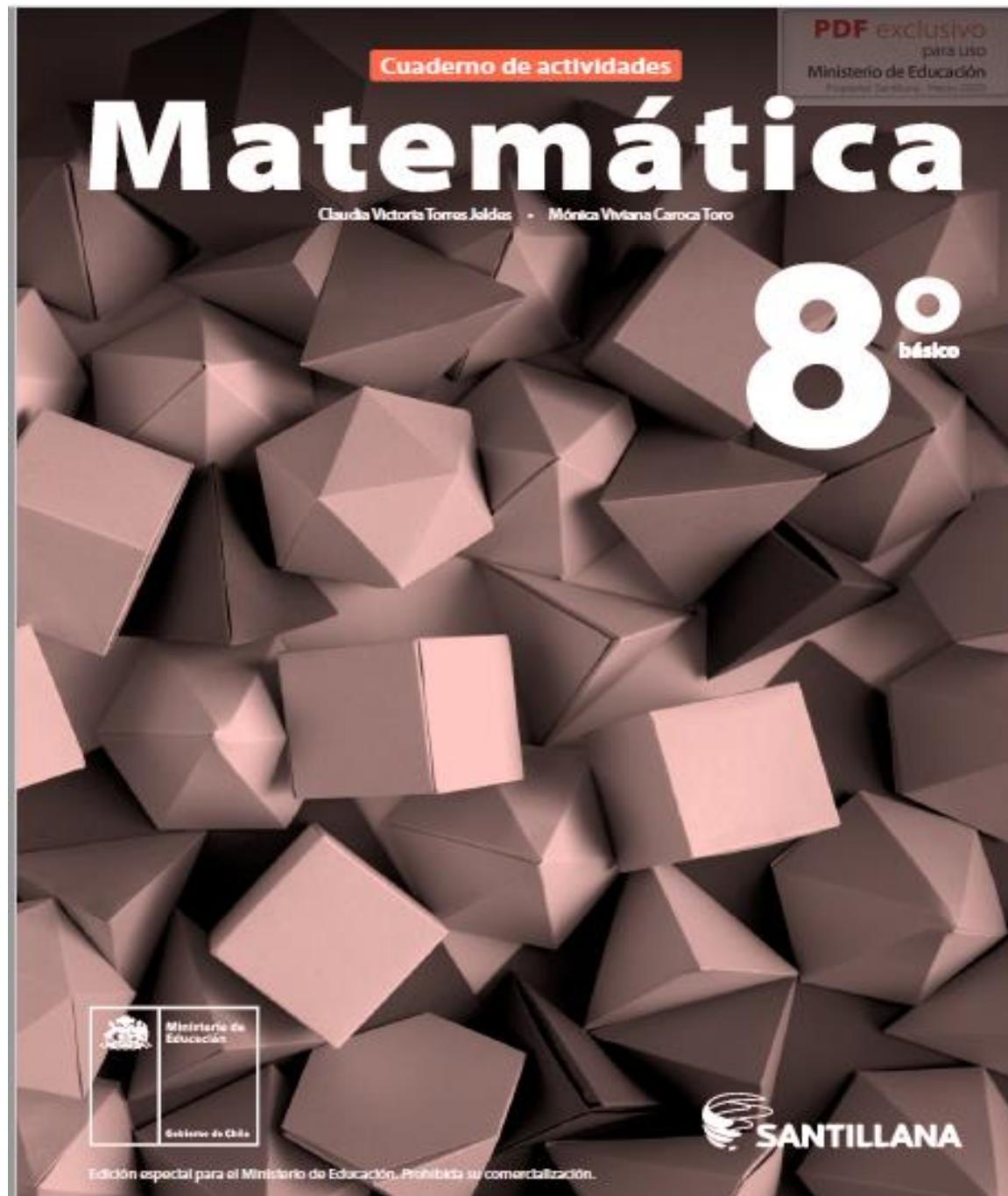
8. Reúnete con un compañero o compañera y analicen la representación gráfica de las siguientes funciones. ¿Cuáles son las semejanzas y las diferencias entre sus gráficas?

$$f(x) = 2x + 5 \quad g(x) = 2x \quad h(x) = 2x - 5$$

9. Un móvil parte de un punto y se mueve con una rapidez constante. La relación entre el tiempo y su posición se muestra en el siguiente gráfico.



- ¿A qué distancia del punto de referencia (origen) parte el móvil?
- ¿Cuál es la expresión algebraica que representa la función mostrada en el gráfico?
- ¿En qué momento el móvil estará a 80 m del punto de partida?





Función afin

1. Indica si las siguientes magnitudes se podrían representar con una función afin. Justifica en cada caso.

a. Un número natural y su inverso multiplicativo.

b. El número de cuadernos iguales que se guardan en una caja y la masa total de los cuadernos con la caja.

c. La distancia recorrida y el tiempo utilizado (a velocidad constante).

d. La cantidad de dinero y el número de monedas necesarias para formar esa cantidad.

2. Responde las siguientes preguntas.

a. Si f es una función afin, ¿qué representa el coeficiente de posición?

b. ¿En qué se diferencia una función afin de una lineal? Explica y da un ejemplo de cada una.

c. ¿En qué se diferencia la gráfica de una función lineal con la de una función afin? Da un ejemplo.

d. Para una función afin, ¿cómo se determina la intersección de la gráfica de la función con el eje Y ? ¿Y con el eje X ?

3. Clasifica las siguientes funciones en lineal o afin.

a. $f(x) = 4 \cdot x + 4$ _____ d. $f(x) = \frac{2}{3} \cdot x$ _____

b. $g(x) = -0,5 \cdot x$ _____ e. $g(x) = 3 + x$ _____

c. $h(x) = 1 - 2 \cdot x$ _____ f. $h(x) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot x$ _____

4. Determina para cada función el valor de la pendiente y las coordenadas del punto en que su gráfica corta al eje Y .

a. $f(x) = -2 \cdot x + 7$ _____ c. $g(x) = -4,5 \cdot x + 2,5$ _____

b. $g(x) = 5 \cdot x - 10$ _____ d. $h(x) = -\frac{2}{5} \cdot x - \frac{3}{4}$ _____

5. Bastián tiene \$4 000 y Belén, \$2 000. Su madre empieza a darles \$2 000 mensuales a cada uno para incentivarlos a ahorrar.

a. Completa la tabla con la cantidad de dinero que llevan ahorrado Bastián y Belén.

Mes	1	2	3	4	5
Bastián (\$)	6000	8000			
Belén (\$)	4000				

b. La cantidad de dinero que tiene Bastián, ¿es proporcional a la que tiene Belén? Justifica.

c. Representa mediante funciones la situación anterior.

6. Francisca prepara mermelada de damascos para compartir con su familia. Para estimar cuántos kilos de fruta descarozada obtiene del total de fruta, ella considera que de 4 kg de damascos se consiguen 3 kg de fruta descarozada.

a. La función que modela la situación anterior, ¿es lineal o afin? Justifica.

b. Si Francisca compra 5 kg de damascos, ¿cuánta fruta descarozada obtiene?

Lectura 3 - Funciones

7. Antonio compara las promociones de una pizza napolitana individual en diferentes lugares.

Pizzería	Valor pizza napolitana (\$)	Valor ingrediente adicional (\$)	Despacho a domicilio (\$)
A	3 590	540	1 000
B	3 990	450	1 200
C	4 490	400	1 500

- ¿Cuánto costarán 3 pizzas en cada lugar?, y 7 pizzas?

 - ¿Cuál es la función que modela el precio de x pizzas para cada lugar?

 - Si se quieren incluir 3 ingredientes adicionales, ¿cuánto costarán 5 pizzas en cada lugar?, ¿dónde es más conveniente?

 - ¿Cuál es la función que representa el precio con despacho a domicilio de x pizzas para cada lugar?

8. En una piscina hay 36 000 L de agua y se empieza a vaciar a razón de 10 litros por minuto.
- Escribe una función que relacione la cantidad de agua (a) que se vacía y el tiempo (t) que se demora en hacerlo.

 - ¿Cuántos litros se vaciaron en 15 horas?

 - ¿Cuánto tiempo debe pasar para que quede la mitad de agua en la piscina?

9. Rodrigo quiere organizar una fiesta y cuenta con dos empresas de eventos. Cada empresa tiene las siguientes tarifas para el alquiler del salón y para el menú por persona.

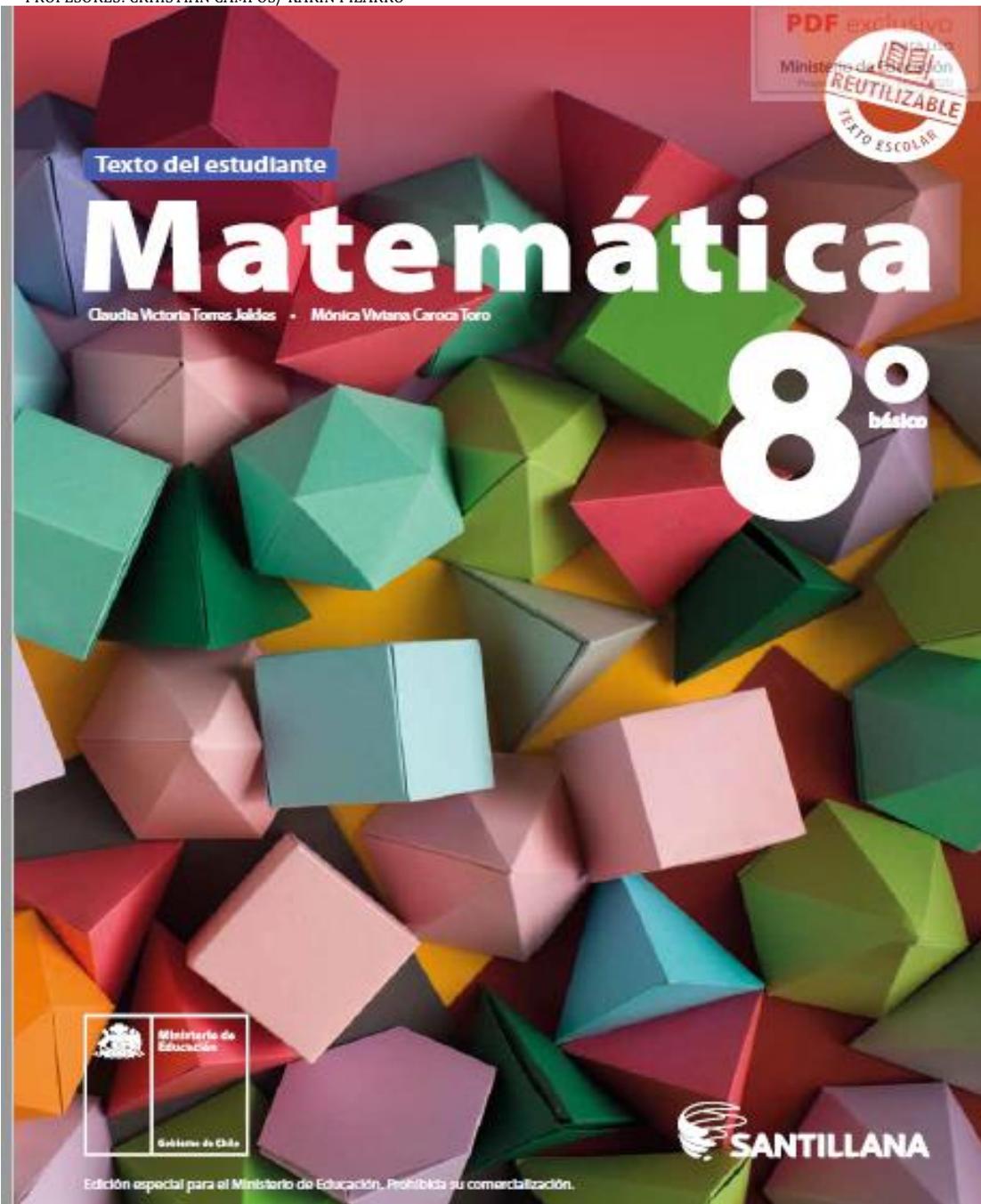
Empresa	Salón	Menú
A	\$600 000	\$10 000
B	\$500 000	\$15 000

- Escribe la función lineal o afín que representa las tarifas de la empresa A, y la que representa las tarifas de la empresa B.

- Traza la gráfica de ambas rectas. ¿Cuál es su punto de intersección?
- Determina cuál empresa es más conveniente para Rodrigo si desea invitar a 80 personas.

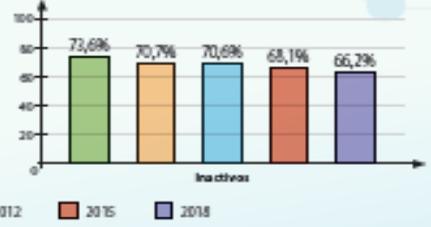
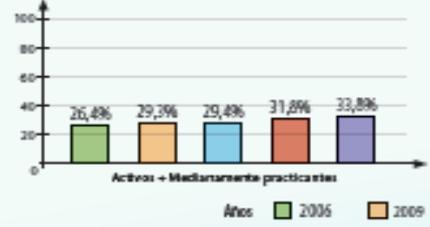
Marca la opción correcta.

10. La temperatura inicial de un proceso químico es de 25 °C y aumenta en 0,2 °C cada 1 minuto. ¿Cuál de las siguientes funciones relaciona la temperatura T del proceso con el tiempo t transcurrido desde que se inició el experimento?
- $T(t) = 0,2t - 25$
 - $T(t) = 25t + 0,2$
 - $T(t) = t + 25$
 - $T(t) = 0,2t + 25$



Lección 1 Estadística

Representaciones gráficas



El gráfico muestra uno de los resultados de la "encuesta nacional de hábitos de actividad física y deporte" encabezada por el Ministerio del Deporte y ejecutada por la Universidad de Concepción.

La encuesta fue aplicada a 6025 personas de 18 años y más, entre los meses de octubre y noviembre del año 2018.

Analiza la Información y responde.

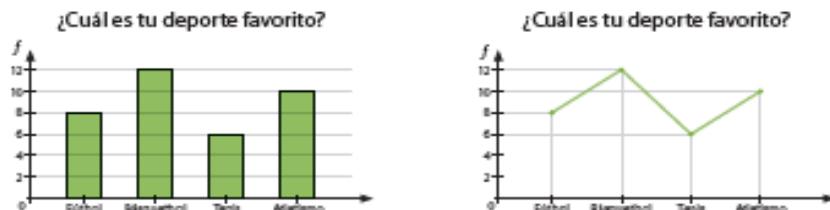
- ¿A qué atribuyes el sedentarismo de los chilenos?
- ¿Cuántas horas dedicas semanalmente a realizar actividad física?
- ¿Reconoces la importancia de practicar actividad física? Comenta con tu curso.

En esta lección trabajarás con las medidas de posición y representarás los datos utilizando diagramas y gráficos.



Ejemplo 1

Para la creación de los talleres del colegio se les preguntó a los estudiantes cuál es su deporte favorito. Los datos se representaron en los siguientes gráficos.



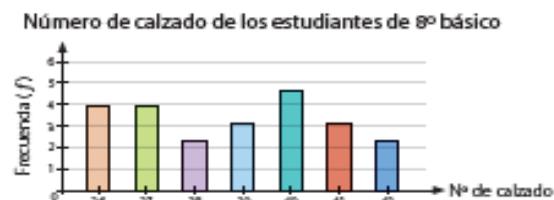
- ¿Cuál de los gráficos crees que es más adecuado para representar la información anterior?
 El gráfico de barras es el más adecuado para representar la información por que permite comparar las frecuencias de las distintas variables.

Aprende

- El gráfico de barras se utiliza para comparar las frecuencias de variables cualitativas o cuantitativas. Pueden ser de barras simples o múltiples.
- Los gráficos de líneas son representaciones útiles para comunicar información referida a valores numéricos que varían en el tiempo.

Ejemplo 2

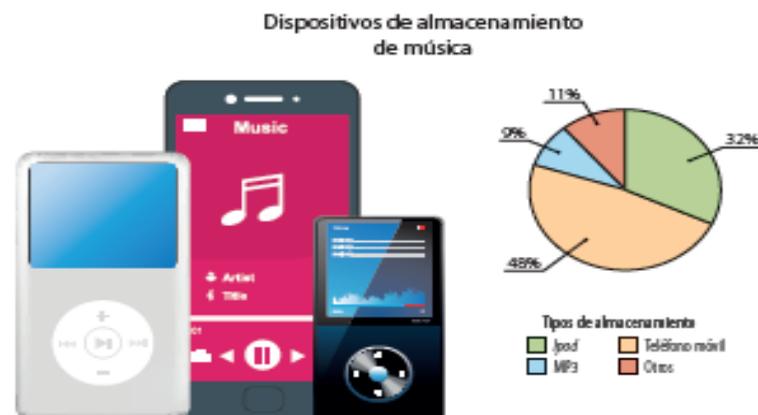
Los números de calzado de los estudiantes de un 8° básico se encuentran representados en el siguiente gráfico de barras. Escribe tres conclusiones a partir de él.



- Al observar el gráfico, podemos notar que la barra de mayor altura corresponde al número 40. Esto quiere decir que el número de calzado que presenta mayor frecuencia es 40.
- Del mismo modo, los números de calzado que presentan menor frecuencia son 38 y 42.
- Hay 30 estudiantes en el 8° básico. Esto se obtiene al sumar la frecuencia de cada número de calzado.

Ejemplo 3

Se realizó una encuesta a 300 estudiantes de un colegio sobre los dispositivos de almacenamiento de música que más utilizan. La información obtenida se representó en el siguiente gráfico.



¿Cuántos estudiantes prefieren almacenar su música en un ipod o en un MP3?

- Calculamos los porcentajes.
 $32\% \text{ de } 300 = 0,32 \cdot 300 = 96 \text{ estudiantes.}$ ← ipod
 $9\% \text{ de } 300 = 0,09 \cdot 300 = 27 \text{ estudiantes.}$ ← MP3
- Sumamos las cantidades obtenidas.
 $96 + 27 = 123 \text{ estudiantes.}$ ← Cantidad de estudiantes que guardan su música en un ipod o en un MP3.

Aprende

- En un gráfico circular, cada sector representa un valor de la variable expresado como un porcentaje. En general, este tipo de gráficos se utilizan para saber cómo se comporta una variable respecto de un todo.
- El histograma es un gráfico formado por barras contiguas, donde cada una representa un intervalo de valores. Sirve para expresar información sobre datos que están agrupados. El polígono de frecuencias se obtiene uniendo los puntos correspondientes a la marca de clase de cada intervalo (punto medio del intervalo).

Ejemplo 4

En la siguiente tabla se muestran los puntos obtenidos por un grupo de estudiantes en una prueba. Construye el histograma y el polígono de frecuencias correspondiente a los datos.

Puntos obtenidos en una prueba	
Puntos	f
[10, 20[5
[20, 30[6
[30, 40[4
[40, 50]	2

- El intervalo [30, 40[corresponde a todos los números mayores o iguales a 30 y menores que 40, es decir, se incluye el 30, pero no el 40.
- El intervalo [40, 50] corresponde a todos los números mayores o iguales a 40 y menores o iguales que 50, es decir, se incluyen 40 y 50.

- 1 En los ejes coordenados marcamos las frecuencias en el eje vertical, y los intervalos en el horizontal.
- 2 Sobre cada intervalo dibujamos barras cuya altura corresponde a la frecuencia.
- 3 Para realizar el polígono de frecuencias unimos con una línea poligonal las marcas de clase de cada intervalo.



• Aprende

Para construir un gráfico circular debes trazar una circunferencia y marcar con un punto su centro. Luego dibujas su radio y a partir de él trazas los ángulos adyacentes, que corresponden a cada uno de los porcentajes encontrados. Cada ángulo a lo puedes calcular mediante la expresión:

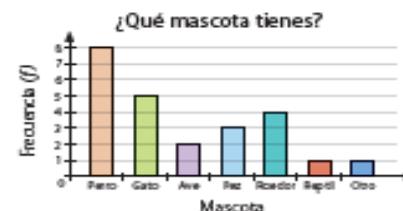
$$\alpha = \frac{f \cdot 360^\circ}{n}$$

donde n es el total de datos y f la frecuencia absoluta de cada dato.

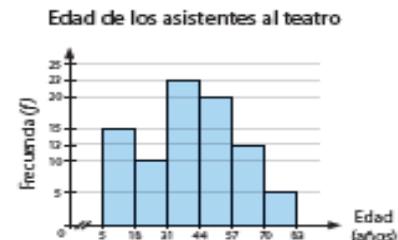
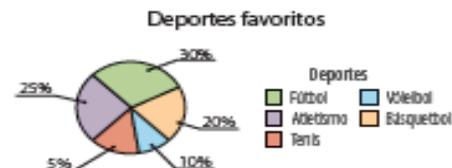
• Actividades

1. Lee las siguientes situaciones y determina qué tipo de gráfico realizarías para representarlas y explica en cada caso tu elección.
 - a. El porcentaje de computadores vendidos durante los últimos 5 años.
 - b. Las comidas preferidas por un grupo de personas.
 - c. La cantidad de aviones que despegan de un aeropuerto entre las 7:00 y las 21:00 horas.
 - d. La cantidad de asistentes a las películas que están en cartelera.
 - e. El porcentaje de nacimientos en un hospital entre enero y julio.
 - f. El porcentaje de refrigeradores vendidos durante los últimos 6 meses.
2. Observa las siguientes representaciones gráficas y luego responde.

- a. El gráfico representa las respuestas de un grupo de estudiantes a la siguiente pregunta: ¿Qué mascota tienes? ¿Cuántos estudiantes tienen como mascota un gato o un roedor?
- b. El gráfico representa los deportes favoritos de un grupo de jóvenes.
 - Si 165 jóvenes prefieren el fútbol, ¿cuántos prefieren el vóleybol?
 - ¿Cuántos jóvenes prefieren el atletismo o el tenis?
 - ¿Cuántos jóvenes fueron encuestados?

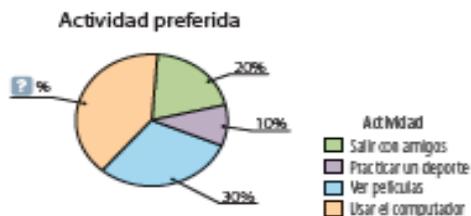


- c. Durante una obra de teatro se registra la edad de los asistentes y se representa en el siguiente histograma.
 - ¿Qué intervalo de edad presenta mayor frecuencia?
 - ¿Qué intervalo de edad presenta menor frecuencia?
 - La entrada de los menores de edad tiene un precio de \$ 5 000, los adultos menores de 70 años pagan \$ 10 000 y a partir de los 70 años cancelan \$ 7 500. ¿Cuánto dinero se recaudó por entradas?
 - ¿Cuántas personas de menos de 44 años asistieron a la obra de teatro?



3. Analiza las siguientes preguntas y luego responde. Compara tus respuestas con las de tus compañeros.
- ¿Qué semejanzas hay entre un gráfico de barras y un histograma?, ¿y en qué se diferencian?
 - ¿Qué diferencias hay entre un gráfico de barras y un gráfico de líneas?, ¿y en qué se asemejan?
 - ¿Cuándo es útil representar la información en un gráfico circular?
4. En un colegio se hizo una encuesta a un grupo de estudiantes acerca de qué actividad prefieren realizar en su tiempo libre.
- Copia la tabla y el gráfico en tu cuaderno considerando los datos faltantes en cada caso.

Actividad preferida	
Actividad	f
Salir con amigos	?
Practicar un deporte	?
Ver películas	?
Usar el computador	?
Total	150



- Construye un gráfico de barras con la información.
 - ¿Cuántos de los encuestados prefieren salir con amigos o practicar un deporte? ¿Es cierto que no alcanzan a ser un tercio del total de encuestados? Justifica.
 - ¿Es verdad que más de la mitad de la cantidad de encuestados prefieren usar el computador o ver películas?
5. Construye un gráfico de líneas y un gráfico de barras que represente la siguiente situación y luego responde.
- En la tabla se muestra la cantidad de juguetes vendidos durante 5 meses en una tienda.

Juguetes vendidos en una tienda					
Mes	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo
Cantidad de juguetes	80	65	50	60	75

¿Qué gráfico consideras que es el adecuado para representar la situación? Justifica.



Reflexiona y responde

- ¿Qué aprendiste? ¿Cómo lo aprendiste?
- ¿En qué situaciones puedes aplicar estos conocimientos?
- ¿Cuáles son las principales diferencias y semejanzas entre las representaciones gráficas trabajadas?

Medidas de posición



Ruta

Es una especialidad del ciclismo en que el deportista junto con su máquina recorre distancias urbanas y rurales en forma individual y grupal.



Pista

Es una especialidad del ciclismo que se practica en una pista o velódromo que puede tener distintas medidas, 500, 333, 250 o 200 metros.



BMT

Especialidad del ciclismo que tiene lugar en terrenos montañosos o en aquellos que presentan una orografía similar con pendientes y rutas sinuosas.

BMX

El BMX se originó a comienzos de los años 1970 en California. Cuando los jóvenes intentaban imitar a los campeones de motocross con sus bicicletas.



- ¿Qué sabes del ciclismo? ¿Qué te parece este tipo de deporte? Comenta con tu curso.

- Lee la siguiente información y luego responde.

La estatura, en centímetros, de los seleccionados de un grupo de ciclistas son:

160, 168, 164, 170, 162, 166, 172, 164, 168, 164, 162, 160, 168, 170, 160, 162

- ¿Cuál es el dato mayor y cuál el dato menor?
- Ordena los datos de menor a mayor y encierra los valores que dividen al conjunto de datos en 4 grupos con igual cantidad de elementos.



Ejemplo 1

Los siguientes datos son los puntajes obtenidos en relación con una prueba de admisión a una empresa.



100 - 121 - 134 - 123 - 142 - 118 - 123 - 142 - 126 - 127 - 131 - 98 - 116

Si para postular a la empresa se debe estar sobre el 50 % de los mejores puntajes de todos los que rindieron la prueba, ¿cuál es el puntaje de corte?

1 Debemos calcular Q_2 , por lo que ordenamos los datos de forma creciente.

98 - 100 - 116 - 118 - 121 - 123 - 123 - 126 - 127 - 131 - 134 - 142 - 142

2 Identificamos el puntaje que divide a los datos en dos partes iguales.

98 - 100 - 116 - 118 - 121 - 123 - **123** - 126 - 127 - 131 - 134 - 142 - 142

3 El dato encerrado es el valor de Q_2 , el cual separa el 50 % de los datos de la distribución, por lo tanto para postular a la empresa se debe obtener un puntaje superior a 123.

• Aprende

Una de las medidas de posición son los cuartiles (Q_k , con $k = 1, 2, 3$), que corresponden a tres valores que dividen una distribución de datos en cuatro partes iguales.



Para calcular el cuartil Q_k se deben ordenar los n datos en forma creciente y calcular $\frac{n \cdot k}{4}$.

- Si resulta un número entero, Q_k es igual al promedio entre el dato que se ubica en esa posición y el dato siguiente.
- Si resulta un número decimal, Q_k es igual al dato que ocupa la posición $\left\lceil \frac{n \cdot k}{4} \right\rceil + 1$.

Leción 1 Estadística

Ejemplo 3

Se quiere seleccionar a un grupo de estudiantes para competir en las olimpiadas de atletismo. Las marcas (en metros) obtenidas por los estudiantes en una prueba son las siguientes:



52,4 - 56,3 - 57,5 - 65,3 - 65,3 - 66,5 - 66,8 - 67,9 - 68,7
 69,3 - 70,2 - 71,4 - 72,4 - 74,7 - 74,9 - 75,5 - 75,6

Si se selecciona el 90% de las mejores marcas, ¿cuántos estudiantes no fueron seleccionados?

1 Debemos calcular P_{10} , ya que los estudiantes no seleccionados equivalen al 10%.

$$P_{10} = \frac{17 \cdot 10}{100} = \frac{170}{100} = 1,7$$

Como 1,7 es un número decimal, calculamos $[1,7] + 1 = 1 + 1 = 2$.

2 Como los datos ya están ordenados de forma creciente, identificamos aquel dato que ocupa la posición 2.

Posición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Dato	52,4	56,3	57,5	65,3	65,3	66,5	66,8	67,9	68,7	69,3	70,2	71,4	72,4	74,7	74,9	75,5	75,6

3 Luego, el valor de P_{10} corresponde a 56,3, por lo tanto 2 estudiantes no fueron seleccionados.

• Aprende

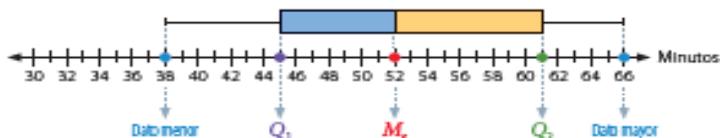
Los percentiles (P_k , con $k = 1, 2, 3, \dots, 99$) corresponden a los 99 valores de una distribución que la dividen en 100 partes iguales. La diferencia entre dos percentiles consecutivos corresponde al 1% de la distribución.

Para calcular el percentil P_k se deben ordenar los n datos en forma creciente y calcular $\frac{n \cdot k}{100}$.

- Si resulta un número entero, P_k es igual al promedio entre el dato que se ubica en esa posición y el dato siguiente.
- Si resulta un número decimal, P_k es igual al dato que ocupa la posición $\left\lceil \frac{n \cdot k}{100} \right\rceil + 1$.

Ejemplo 4

Los minutos que tardaron los estudiantes en responder un examen están representados en el siguiente diagrama.



¿Al cabo de cuántos minutos el 50% de los estudiantes terminó de contestar el examen?
 ¿Cuántos minutos tardaron en contestar el examen todos los estudiantes?

- La mediana separa el 50% de los datos, por lo tanto a los 52 minutos la mitad de los estudiantes termina el examen.
- Para determinar el tiempo que tardaron en responder el examen todos los estudiantes basta que observemos el dato mayor de la distribución de datos. Es decir, tardaron 66 minutos en responder el examen.

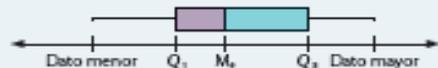
• Un diagrama de cajón es una representación que permite visualizar algunas características de la población a partir de las medidas de tendencia central y de posición.

• Aprende

Para construir un diagrama de cajón se traza una recta graduada a partir de los datos y se construye un rectángulo (cajón) cuyos extremos deben estar ubicados sobre Q_1 y Q_3 .

Así, la medida del largo de la caja es $Q_3 - Q_1 = RIC$, donde RIC corresponde al recorrido intercuartil o rango intercuartil, es decir, a la variabilidad de los datos con respecto a la mediana (Me).

Dentro del cajón se traza una línea vertical en el lugar de la mediana (Me); de esta manera, se divide el conjunto de datos en dos partes porcentualmente iguales. Luego, se trazan dos líneas, a ambos lados del cajón, desde sus extremos hasta los valores del dato menor y del mayor de la distribución.



Al observar un diagrama de cajón es posible obtener conclusiones respecto de la distribución de la variable en estudio. Si uno de los cajones tiene mayor área, quiere decir que los datos que se ubican entre determinados cuartiles están más dispersos.

Ejemplo 3

Las notas obtenidas por los estudiantes de dos 8° básicos en una evaluación son las siguientes:

Notas 8° A	6,5 - 5,2 - 7,0 - 4,8 - 3,5 - 5,8 - 6,6 - 3,7 - 4,5 - 5,2 - 6,3 - 7,0 - 5,5 - 6,5 4,9 - 6,8 - 5,6 - 5,5 - 5,8 - 6,0 - 5,5 - 4,8 - 4,2 - 5,9 - 7,0 - 6,4 - 4,0 - 4,0
Notas 8° B	5,4 - 5,4 - 7,0 - 6,8 - 3,4 - 4,8 - 6,2 - 3,8 - 5,5 - 6,2 - 6,6 - 6,0 - 5,0 - 6,4 3,8 - 3,8 - 6,6 - 5,7 - 5,5 - 7,0 - 6,5 - 5,8 - 3,2 - 5,5 - 6,6 - 6,8 - 7,0 - 3,2

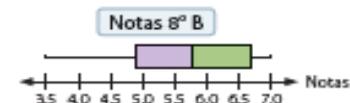
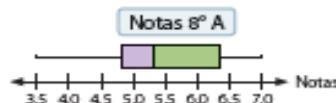
Construye un diagrama de cajón para cada distribución de datos.

- Determinamos los valores necesarios para construir el diagrama de cajón correspondiente a cada curso.

8° A	
Dato menor	3,5
Dato mayor	7,0
Primer cuartil	4,8
Mediana	5,55
Tercer cuartil	6,45
Recorrido intercuartil	1,65

8° B	
Dato menor	3,2
Dato mayor	7,0
Primer cuartil	4,9
Mediana	5,75
Tercer cuartil	6,6
Recorrido intercuartil	1,7

- Construimos los diagramas de cajón.



• Actividades

- Calcula las medidas de posición pedidas para cada distribución de datos.

a. 2 - 3 - 5 - 6 - 7 - 9 - 10 - 11 - 13

Calcula Q_1 , Q_2 , y Q_3 .

b. 4 - 6 - 8 - 17 - 23 - 43 - 53 - 56

Calcula Q_1 , Q_2 , y P_{30} .

c. 50 - 52 - 53 - 55 - 56 - 58 - 61 - 62 - 64

Calcula P_{20} , P_{50} y P_{80} .

d. 1,2 - 3,4 - 5,6 - 7,9 - 10,2 - 7,8

Calcula P_{10} , Q_2 , y P_{75} .

e. 16 - 15 - 28 - 20 - 17 - 9 - 11 - 24

Calcula P_{10} , Q_2 , y P_{25} .

f. 100 - 102 - 103 - 100 - 106 - 110 - 100

Calcula Q_1 , P_{12} y P_{92} .



2. Analiza cada situación y luego calcula las medidas de posición solicitadas.

a. Una empresa realizó una encuesta a 80 personas para conocer la cantidad de horas diarias que ven televisión. Los resultados fueron los siguientes.

Cantidad de horas	1	2	3	4
f	4	15	16	45

Calcula Q_1 , Q_3 , P_{25} , Q_2 , P_{75} , P_{80} y P_{90} .

b. Se aplicó una prueba a un grupo de estudiantes de octavo básico. Los resultados fueron los siguientes.

Puntos	75	88	90	95	100	105	110
f	6	6	9	18	10	11	15

Calcula Q_1 , Q_3 , Q_2 , P_{25} , P_{60} y P_{90} .

3. Analiza cada situación y luego responde.

a. Los datos corresponden a la cantidad de automóviles que transitan por un peaje, ubicado en las afueras de la ciudad, durante las últimas dos semanas.

192 - 168 - 206 - 232 - 230 - 243 - 145 - 194 - 227 - 173 - 183 - 158 - 154 - 176 - 181

¿Cuál es el valor del primer cuartil de los datos?, ¿y del tercer cuartil?

b. A un grupo de estudiantes se les preguntó acerca de la cantidad de hermanos que tiene cada uno. Las respuestas fueron las siguientes:

2 - 3 - 1 - 4 - 5 - 2 - 1 - 2 - 3 - 2 - 1 - 4 - 5 - 2 - 1 - 3 - 2 - 1 - 2 - 3 - 2 - 3 - 4

¿Cuántos estudiantes se ubican bajo el segundo cuartil? ¿Cuántos hermanos tienen?

c. El equipo de gimnasia artística de un colegio elaboró una encuesta acerca de la estatura (en metros) de sus integrantes. Los resultados fueron los siguientes. ¿Cuántos estudiantes se ubican sobre el percentil 80? ¿Cuál es su estatura?

1,57 - 1,55 - 1,67 - 1,72 - 1,71 - 1,67 - 1,60 - 1,63 - 1,51 - 1,55
 1,60 - 1,62 - 1,69 - 1,49 - 1,63 - 1,50 - 1,70 - 1,47 - 1,56 - 1,61

4. Lancen 24 veces un dado y anoten los resultados obtenidos. Luego, respondan las siguientes preguntas.

- ¿Qué puntaje se obtiene en el 25 % o menos de los lanzamientos?
- ¿Qué puntaje se obtiene en el 75 % o más de los lanzamientos?

5. Los datos corresponden a la cantidad de mascotas que tienen los 25 estudiantes de un curso.

Cantidad de mascotas	1	2	3	4	5	6
f	2	7	10	3	2	1

¿Es posible afirmar que el 50% de los estudiantes del curso tiene 2 mascotas o menos? Justifica.



Leción 1 | Estadística

6. Reúnete con un compañero o compañera y resuelvan el siguiente problema.

En una empresa de mensajería se asigna un presupuesto diario para la gasolina que gastan en sus motos los 10 mensajeros que trabajan allí. El gerente de operaciones le plantea al tesorero que el dinero presupuestado no alcanza, pues el 85 % de los mensajeros gastaron más de lo asignado. El gasto en combustible de la semana anterior se registra a continuación.

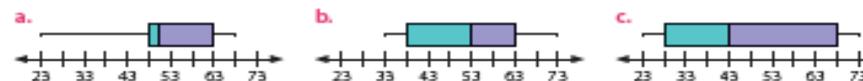
Mensajero	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto (\$)	24000	23000	21000	28000	26000	24500	21800	27000	23400	22300

- ¿Cuál fue el presupuesto asignado por mensajero?
- ¿Qué medida de posición usarías para calcular este valor?
- ¿Qué significado tiene el valor del percentil 15 en este caso?

7. En un laboratorio se está experimentando con una bacteria benigna que se pretende usar en la elaboración de un nuevo medicamento. A continuación se muestran los tiempos, en minutos, de reproducción de 25 cultivos de esta bacteria. Calcula el percentil 80 e interpreta este valor.

60 - 47 - 82 - 95 - 88 - 77 - 39 - 90 - 63 - 68 - 64 - 58
 94 - 55 - 89 - 72 - 50 - 92 - 90 - 77 - 86 - 58 - 78 - 86 - 44

8. Identifica en cada diagrama de cajón los valores de Q_1 , Q_3 , Me , Ric , el dato menor y el dato mayor de la distribución de datos.



9. Los siguientes datos corresponden a las masas corporales, en kilogramos, de los integrantes de un equipo de fútbol.

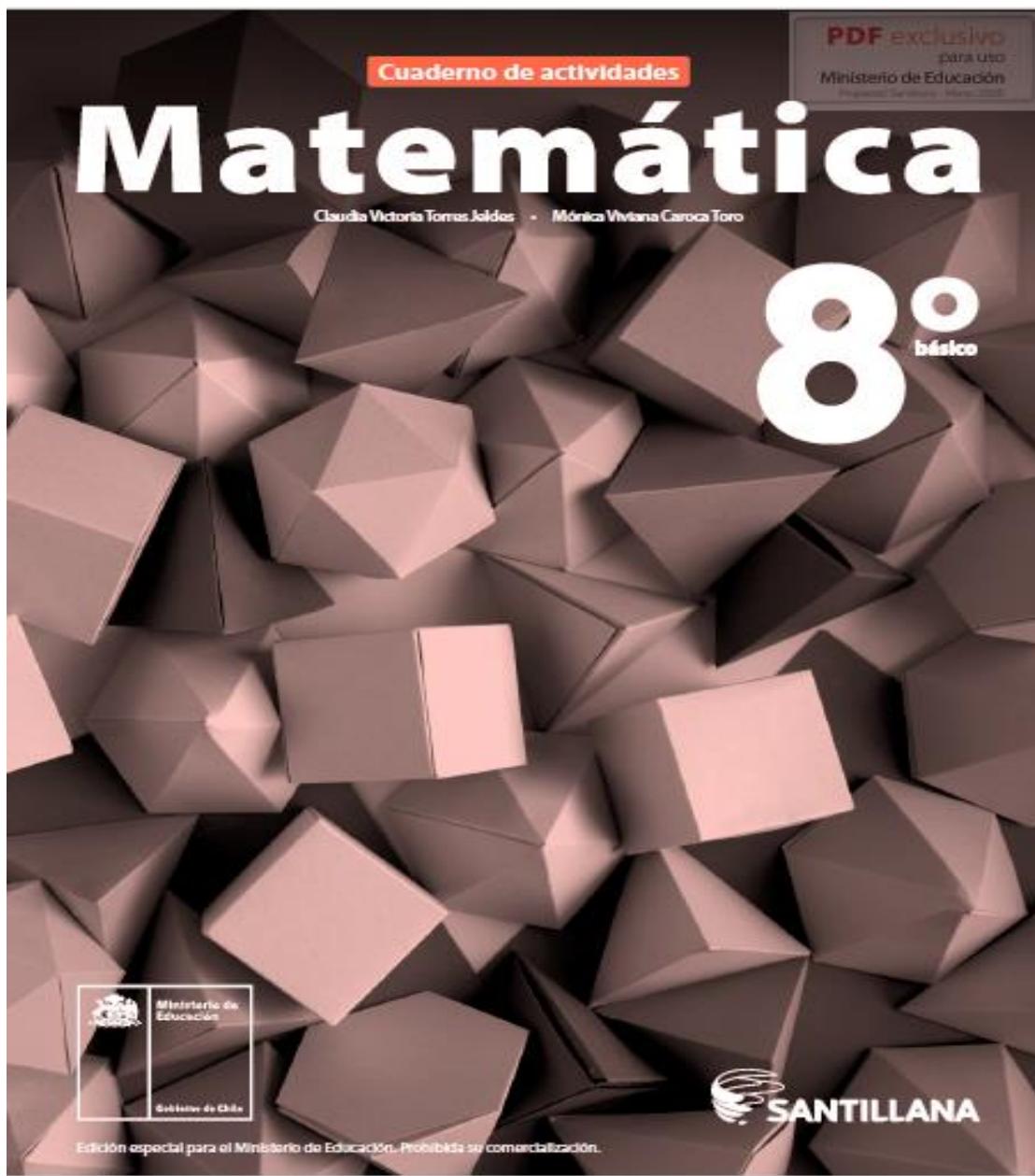
70 - 75 - 80 - 75 - 70 - 78 - 78 - 70 - 80 - 75 - 78 - 80
 75 - 74 - 70 - 74 - 75 - 75 - 74 - 75 - 75 - 71 - 70 - 78

Construye un diagrama de cajón para la distribución de datos.



Reflexiona y responde

- Al calcular medidas de posición, ¿cuál crees que es el error más frecuente de cometer?, ¿qué puedes hacer para no cometerlo?
- ¿Pensas que intercambiar opiniones con tus compañeros aporta a tu aprendizaje?, ¿por qué?

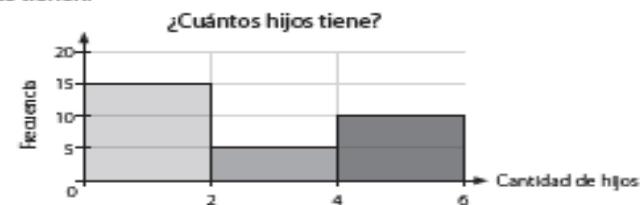


Unidad 4 • El deporte

Lección 1 Estadística

Representaciones gráficas

1. En una empresa, para preparar la fiesta de Navidad se les pregunta a sus trabajadores cuántos hijos tienen.



- ¿Cuál es la cantidad de hijos más frecuente entre los trabajadores?

- ¿Cuántos trabajadores tienen 2 o más hijos?

- ¿Qué porcentaje de trabajadores tiene a lo más 4 hijos?

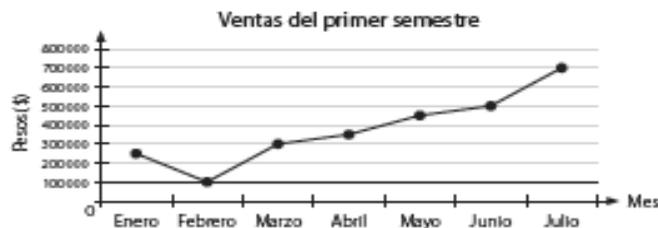
- ¿Cuántos trabajadores tiene la empresa?

- ¿Cuál es la cantidad de hijos menos frecuente entre los trabajadores?

Marca la opción correcta.

2. ¿Para cuál de los siguientes datos el gráfico de línea no es el más apropiado?
- Cantidad de alumnos que se inscriben cada mes del año en un curso de manejo.
 - Número de personas que mueren por cierta enfermedad entre los años 2006 y 2014.
 - Porcentaje de alumnos con promedio y sin promedio bajo 5 en un curso.
 - Cantidad de accidentes de tránsito por mes del año.

3. En el gráfico se muestran las ventas realizadas en una casa comercial. ¿Qué se puede concluir del gráfico?



- A. Las ventas mejoraron en febrero. C. Las ventas serán mejores en agosto.
 B. Las ventas comenzaron a subir en marzo. D. En febrero no hubo ventas.

Considera la siguiente información y responde los ítems 4, 5 y 6.

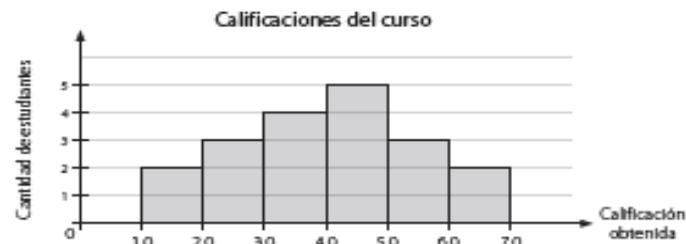
El siguiente gráfico muestra las preferencias en un grupo de 150 estudiantes de su deporte favorito.



4. ¿Cuántos estudiantes prefieren el básquetbol?
 A. 36 estudiantes. C. 45 estudiantes.
 B. 21 estudiantes. D. 30 estudiantes.
5. ¿Cuántos estudiantes prefieren la natación y el vóleybol?
 A. 21 estudiantes. C. 51 estudiantes.
 B. 41 estudiantes. D. 61 estudiantes.
6. ¿Cuál afirmación es falsa?
 A. La mayor preferencia es el fútbol.
 B. Al básquetbol lo prefieren más estudiantes que a la natación.
 C. La menor preferencia tiene un 14%.
 D. Al vóleybol lo prefieren menos estudiantes que al básquetbol.

Liceo 1 Estadística

7. Las calificaciones obtenidas por los estudiantes de un octavo básico se representaron en el siguiente histograma.



¿Cuántos estudiantes obtuvieron calificación superior o igual a 4,0?

- A. 5 estudiantes.
 B. 10 estudiantes.
 C. 14 estudiantes.
 D. 18 estudiantes.

8. En el siguiente gráfico se muestran los medios de transporte que utilizan los estudiantes para ir al colegio. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?



- A. El porcentaje de estudiantes que no utilizan la bicicleta para ir al colegio es de un 60%.
 B. La mayoría de los alumnos llegan al colegio a pie.
 C. Un 20% de los estudiantes se va en bicicleta al colegio.
 D. Más de la mitad de los alumnos se van al colegio en automóvil o en bus.

9. Observa el gráfico en el que se muestra la relación entre la hora y la temperatura en una ciudad.



¿Cuál de las siguientes conclusiones no se puede obtener del gráfico?

- A. La temperatura más baja se presentó a las 7:00 horas.
- B. Durante el día la temperatura presentó una amplitud térmica de 15 °C.
- C. La temperatura fue aumentando con cada hora del día.
- D. El mayor cambio de temperatura se observó entre las 9 y las 10, y entre las 18 y las 19 horas.

10. Pedro, Juan y Diego están en un tratamiento por sobrepeso. ¿Cuál de las siguientes opciones representaría mejor la variación del peso de cada uno en los seis meses de tratamiento?

- A. Gráfico de barras.
- B. Gráfico de líneas.
- C. Gráfico circular.
- D. Histograma.

11. En el siguiente gráfico se muestra la cantidad de hermanos que tienen los estudiantes de 8° básico. ¿Cuántos tienen tres hermanos?



- A. 6 estudiantes.
- B. 12 estudiantes.
- C. 18 estudiantes.
- D. 24 estudiantes.

Leción 1 Estadística

Medidas de posición

1. Para adecuar las actividades de su clase, el profesor del curso electivo Gimnasia recopiló los datos de la masa corporal y la estatura de sus estudiantes. Los resultados se muestran a continuación.

Masa corporal (kg)

54 - 56 - 67 - 65 - 87 - 48 - 66
 56 - 55 - 58 - 47 - 61 - 48 - 78
 59 - 49 - 65 - 49 - 49 - 51 - 58

Estatura (cm)

157 - 155 - 167 - 172 - 171 - 167 - 160
 160 - 162 - 169 - 149 - 162 - 150 - 170
 163 - 152 - 155 - 147 - 156 - 161 - 162

a. Calcula las medidas en cada caso y completa la tabla.

	Masa corporal (kg)	Estatura (cm)
Media		
Mediana		
Moda		
Q_1		
Q_2		

b. ¿Cuántos alumnos están por encima de la masa corporal promedio?

c. ¿Cuántos alumnos están por debajo del promedio de estatura?

d. Escribe dos conclusiones a partir de los resultados obtenidos para la masa corporal.

e. Escribe dos conclusiones a partir de los resultados obtenidos para la estatura.



2. Los siguientes datos corresponden a la cantidad de trabajadores que se ausentaron de una fábrica durante los últimos 30 días laborales.

13 - 5 - 13 - 3 - 7 - 10 - 16 - 8 - 6 - 10 - 4 - 6 - 29 - 12 - 9
 11 - 7 - 7 - 3 - 11 - 6 - 15 - 10 - 21 - 12 - 11 - 3 - 8 - 20 - 11

Puedes comprobar tu resolución utilizando la calculadora de cuantiles del siguiente link:

<http://www.calcula.com/es/calculadoras/estadistica/cuantiles/>



a. Calcula la media.

b. Calcula la mediana.

c. Calcula la moda.

d. Calcula Q_1 y Q_3 .

e. Escribe dos conclusiones a partir de los resultados obtenidos para la asistencia del personal.

3. Una profesora de gimnasia tiene un taller con un grupo de 36 alumnos y registró sus edades en años.

18 - 19 - 16 - 15 - 15 - 17 - 19 - 20 - 17 - 16 - 16 - 17 - 15 - 20 - 17 - 17 - 19 - 18
 15 - 17 - 16 - 16 - 17 - 24 - 11 - 17 - 16 - 15 - 17 - 16 - 19 - 16 - 16 - 19 - 17 - 18

a. ¿Cuál es la media de las edades, en años, del grupo de alumnos?

b. ¿Qué valores se encuentran entre el primer y segundo cuartil?, ¿cuántos son?

c. Calcula P_{30} , P_{20} y P_{70} .

d. Escribe una conclusión a partir de los resultados obtenidos.

4. En un estudio de la rapidez límite, se puso un dispositivo en un tramo de una carretera para registrar la rapidez de los automóviles entre las 8 y las 9 de la mañana. Las rapidezces (en km/h) registradas fueron las siguientes:

60 - 40 - 90 - 70 - 55 - 65 - 80 - 70 - 65 - 60 - 100 - 65 - 70 - 85 - 60 - 35
 75 - 60 - 60 - 65 - 85 - 60 - 60 - 60 - 50 - 55 - 65 - 80 - 85 - 70 - 65 - 85
 70 - 65 - 75 - 95 - 80 - 45 - 55 - 65 - 55 - 85 - 80 - 60 - 70 - 40 - 50 - 65

a. Calcula Q_1 y Q_3 . Interpreta los valores obtenidos en el contexto de la situación.

b. La municipalidad decidió fijar como límite de velocidad un valor tal que bajo él se encuentre al menos el 65% de los automóviles. ¿Cuál es este valor?

c. Escribe una conclusión a partir de los resultados obtenidos.

5. Observa el siguiente conjunto de valores que se entregaron como respuesta a la siguiente pregunta: ¿qué edad tenía tu madre cuando tú naciste?

23 - 21 - 34 - 26 - 17 - 22 - 23 - 42 - 36 - 19 - 15 - 24 - 32 - 30 - 34 - 32 - 28
 16 - 19 - 21 - 27 - 23 - 28 - 29 - 31 - 33 - 29 - 21 - 17 - 24 - 20 - 25 - 30 - 25
 29 - 33 - 15 - 27 - 31 - 19 - 22 - 35 - 39 - 29 - 31 - 22 - 18 - 16 - 19 - 25

a. Determina la media y los cuantiles para este conjunto de datos.

b. Escribe una conclusión a partir de los resultados obtenidos.



6. Un profesor asignó puntajes a los trabajos de sus estudiantes y los resultados se muestran a continuación:

75 - 85 - 82 - 92 - 80 - 90 - 67 - 60 - 88 - 70 - 89
 91 - 96 - 79 - 79 - 99 - 40 - 85 - 90 - 67 - 45 - 60
 79 - 82 - 89 - 90 - 77 - 80 - 97 - 76 - 85 - 90

a. Determina la media y los cuartiles del grupo.

b. ¿Qué porcentaje de estudiantes obtuvo un puntaje superior o igual a 70?

Marca la opción correcta del ítem 7 y del 8 a partir de los siguientes datos. Las edades, en años, de varios trabajadores de una empresa se registran a continuación:

44 - 42 - 48 - 47 - 38 - 35 - 40 - 39 - 38 - 35 - 50 - 40
 44 - 35 - 33 - 41 - 32 - 40 - 45 - 37 - 46 - 39 - 43 - 40
 48 - 33 - 47 - 49 - 33 - 44 - 51 - 32 - 47 - 55 - 33

7. ¿Cuál es la mediana del conjunto de datos?

- A. 40 años.
- B. 41,25 años.
- C. 41 años.
- D. 42,5 años.

8. ¿Cuál es el primer cuartil del conjunto de datos?

- A. 35 años.
- B. 36,25 años.
- C. 43 años.
- D. 44,5 años.



Leción 1 Estadística

9. Se preguntó a 32 niños de cuarto básico cuántas horas dedican a ver televisión en un día de semana. Los resultados son:

1 - 5 - 5 - 5 - 4 - 5 - 6 - 8 - 4 - 4 - 4 - 6 - 7 - 7 - 4 - 4
 5 - 5 - 5 - 3 - 6 - 6 - 4 - 4 - 5 - 3 - 7 - 5 - 3 - 4 - 5 - 7

a. Calcula Q_1 , Q_3 , M_e y RIC . Luego construye un diagrama de cajón a partir de estos datos.

b. ¿Cuántos y cuáles datos están fuera del recorrido intercuartil?

c. Sin calcular el promedio de los datos, ¿en qué lugar del diagrama crees que se ubica? Justifica tu respuesta.

d. Calcula el promedio de los datos y ubícalo en el diagrama. La ubicación obtenida, ¿es semejante a la que tú creías? Escribe una conclusión.

Marca la opción correcta.

10. De acuerdo al siguiente diagrama, es correcto afirmar que:



- A. El rango de los datos es 30.
- B. La mediana es 55.
- C. $Q_1 = 40$
- D. $P_2 = 70$

A partir de la información, responde los ítems 11 y 12.

Los siguientes datos corresponden al tiempo, en horas, que destina un grupo de estudiantes a hacer deporte durante la semana

12 - 5 - 10 - 4 - 14 - 12 - 10 - 12 - 15 - 10
 12 - 5 - 15 - 8 - 6 - 12 - 10 - 4 - 6 - 8

11. ¿Cuál es la mediana de los datos?

- A. 6 horas.
- B. 9,5 horas.
- C. 10 horas.
- D. 12 horas.

12. ¿Cuál de los siguientes diagramas de cajón representa la distribución de las horas a la semana destinadas a hacer deporte por el grupo de estudiantes?

